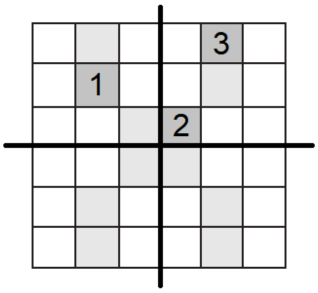
25ο Κριτήριο Προσομοίωσης

25.1 Σωστή απάντηση είναι η Γ.

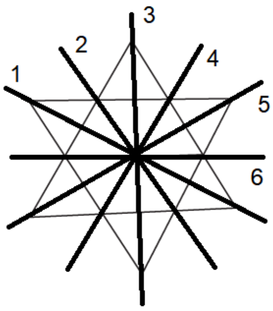


25.2 Σωστή απάντηση είναι η Δ.

Υπάρχουν 20 τρίγωνα: 12 μικρά, 6 μεσαία που αποτελούνται από 4 μικρά το καθένα και 2 μεγάλα που αποτελούνται από 9 μικρά το καθένα.

Επιπλέον, υπάρχουν 15 ρόμβοι: 4 μικροί όρθιοι, 4 μικροί πλαγιαστοί αριστερά, 4 μικροί πλαγιαστοί δεξιά, 1 μεγάλος όρθιος με 8 μικρά τρίγωνα, 1 πλαγιαστός αριστερά με 8 μικρά τρίγωνα και 1 πλαγιαστός δεξιά με 8 μικρά τρίγωνα.

Τέλος, υπάρχουν 6 άξονες συμμετρίας.



25.3 Σωστή απάντηση είναι η Γ.

Αν x εκ. είναι το πραγματικό μήκος της πασχαλίτσας έχουμε: $\frac{100}{500}=\frac{x}{4}$ ή $x=0{,}8$.

25.4 Σωστή απάντηση είναι η Δ.

Α. Η γωνία $A\hat{B}\Gamma$ είναι 90^{o}, η γωνία $\Gamma\hat{B}E$ είναι $\left(180^{o}-90^{o}\right):2=90^{o}:2=45^{o}$, αφού το τρίγωνο ΒΓΕ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές. Ομοίως, η γωνία $A\hat{\Gamma}B$ είναι 45^{o} ενώ η γωνία $B\hat{\Gamma}E$ είναι 90^{o}.

Άρα: $A\hat{B}E=A\hat{\Gamma}E=90^{o}+45^{o}=135^{o}$.

Β. Η πλευρά του τετραγώνου ΑΒΓΔ είναι $24:4=6$ εκ. και το εμβαδόν του $6\cdot 6=36$ τ.εκ. Το ίδιο (36 τ.εκ.) είναι και το εμβαδόν του πλαγίου παραλληλογράμμου ΑΒΕΓ, δηλαδή $6\cdot 6=36$ τ.εκ., αφού έχει τις ίδιες διαστάσεις (βάση και ύψος) με το τετράγωνο.

Γ. Το εμβαδόν του ορθογώνιου ισοσκελούς τριγώνου ΒΓΕ είναι $\frac{6\cdot 6}{2}=\frac{36}{2}=18$ τ.εκ., ενώ του τραπεζίου ΑΒΕΔ είναι:

$$\frac{(12+6)\cdot 6}{2}=\frac{18\cdot 6}{2}=\frac{108}{2}=54 \text{ τ.εκ.}$$

Δ. Οι πλευρές $AB=\Gamma E$ ως προς το μήκος τους αντιστοιχούν στην πλευρά του τετραγώνου, ενώ οι πλευρές $A\Gamma=BE$ αντιστοιχούν στη διαγώνιο του τετραγώνου που είναι μεγαλύτερη από την πλευρά του. Επομένως, η περίμετρος του πλαγίου παραλληλογράμμου ΑΒΕΓ είναι μεγαλύτερη από την περίμετρο του τετραγώνου ΑΒΓΔ.

25.5 Σωστή απάντηση είναι η Β.

Αν η γωνία $\hat{\alpha}$ είναι x μοίρες, τότε η γωνία $\hat{\beta}$ είναι $3\cdot x$ μοίρες και η γωνία $\hat{\gamma}$ είναι $\frac{2}{3}\cdot 3\cdot x = 2\cdot x$, οπότε έχουμε:

$x+3\cdot x+2\cdot x=180$ ή $6\cdot x=180$ ή $x=180:6$ ή $x=30$.

Άρα, $\hat{\alpha}=30^o$, $\hat{\beta}=3\cdot 30^o=90^o$ και $\hat{\gamma}=2\cdot 30^o=60^o$.

25.6 Σωστή απάντηση είναι η Δ.

Αν η γωνία $\hat{A}$ είναι x μοίρες, τότε η γωνία $\hat{B}$ είναι $x+20^o$ και η γωνία $\hat{\Gamma}$ είναι $(x+20^o)+20^o=x+40^o$, οπότε έχουμε: $x+x+20+x+40=180$ ή $3\cdot x+60=180$ ή $3\cdot x=180-60$ ή $3\cdot x=120$ ή $x=120:3$ ή $x=40$.

Άρα, $\hat{A}=40^o$, $\hat{B}=40^o+20^o=60^o$ και $\hat{\Gamma}=40^o+40^o=80^o$.

25.7 Σωστή απάντηση είναι η Β.

Α. Ο ωροδείκτης είναι λίγο μετά το 12 και ο λεπτοδείκτης είναι στο 3, άρα η γωνία είναι οξεία.

Β. Ο ωροδείκτης είναι στο 3 και ο λεπτοδείκτης στο 12, άρα η γωνία είναι ορθή.

Γ. Ο ωροδείκτης είναι λίγο μετά το 3 και ο λεπτοδείκτης στο 3, άρα η γωνία είναι οξεία.

Δ. Ο ωροδείκτης είναι λίγο μετά το 3 και ο λεπτοδείκτης στο 6, άρα η γωνία είναι οξεία.

25.8 Σωστή απάντηση είναι η Β.

Τα τρίγωνα ΔΒΓ και ΒΓΕ είναι ορθογώνια και ισοσκελή και οι οξείες γωνίες τους $\Delta\hat{B}\Gamma$ και $\Gamma\hat{B}E$ είναι από $(180^o-90^o):2=90^o:2=45^o$ η καθεμία.

Άρα: $\Delta\hat{B}E=\Delta\hat{B}\Gamma+\Gamma\hat{B}E=45^o+45^o=90^o$.

25.9 Σωστή απάντηση είναι η Γ.

Υπάρχουν τα εξής τρίγωνα:

8 μικρά μεγέθους (με 1 τρίγωνο),

4 μεγαλύτερα μεγέθους (με 2 τρίγωνα),

4 ακόμη μεγαλύτερα μεγέθους (με 2 τρίγωνα και 1 τετράγωνο),

4 πολύ μεγάλα (με 4 τρίγωνα και 2 τετράγωνα).

Άρα, συνολικά $8+4+4+4=20$ τρίγωνα.

25.10 Σωστή απάντηση είναι η Β.

Η ακτίνα του μεγάλου ημικυκλίου είναι 10 εκ. και κάθε μικρού ημικυκλίου είναι 5 εκ.

Το εμβαδόν του μικρού ημικυκλίου που αφαιρείται από το μεγάλο ημικύκλιο είναι ίσο με το το εμβαδόν του μικρού χρωματισμένου ημικυκλίου, άρα το εμβαδόν της χρωματισμένης επιφάνειας είναι ίσο με το εμβαδόν του μεγάλου ημικυκλίου, δηλαδή $(3{,}14\cdot 10^2):2=157$ τ.εκ.

25.11 Σωστή απάντηση είναι η Δ.

Συνολικά, οι 4 πλευρές του ορθογώνιου παρτεριού αυξήθηκαν κατά $4\cdot 2=8$ μ. Άρα, η περίμετρός του αρχικά ήταν $56-8=48$ μ.

Αν x μ. είναι το πλάτος του παρτεριού, τότε $2\cdot x$ μ. είναι το μήκος του, οπότε έχουμε:

$$x+2\cdot x+x+2\cdot x=48 \;\; ή \;\; 6\cdot x=48 \;\; ή \;\; x=48:6 \;\; ή \;\; x=8$$

Άρα, 8 μ. είναι το πλάτος του παρτεριού και $2\cdot 8=16$ μ. το μήκος του.

Επομένως, το εμβαδόν του αρχικού ορθογώνιου παρτεριού είναι $8\cdot 16=128$ τ.μ.

25.12 Σωστή απάντηση είναι η Α.

Η πλευρά του τετράγωνου χαλιού είναι $9{,}60:4=2{,}4$ μ.

Επίσης, είναι: $AE=EB=\Delta Z=Z\Gamma=2{,}4:2=1{,}2$ μ.

Αν φέρουμε την EZ, το ζητούμενο εμβαδόν είναι: $\Delta Z\cdot EZ=1{,}2\cdot 2{,}4=2{,}88$ τ.μ.

25.13 Σωστή απάντηση είναι η Β.

Το μέγεθος της γωνίας παραμένει σταθερό, δηλαδή 30^o.

25.14 Σωστή απάντηση είναι η Α.

Η πλευρά του τετραγώνου είναι $20:4=5$ εκ. και το εμβαδόν του $5\cdot 5=25$ τ.εκ.

Η πλευρά, με σμίκρυνση 20%, γίνεται $5-\frac{20}{100}\cdot 5=5-1=4$ εκ. και το εμβαδόν $4\cdot 4=16$ τ.εκ.

Οπότε, η μείωση είναι $25-16=9$ τ.εκ., δηλαδή $\frac{9}{25}=0{,}36$ ή 36%.

25.15 Σωστή απάντηση είναι η Γ.

Κάθε τετράγωνο έχει πλευρά $1{,}2:3=0{,}4$ μ.

Το μήκος του χαλιού είναι $1{,}2\cdot 3=3{,}60$ μ., οπότε κατά μήκος υπάρχουν $3{,}60:0{,}4=9$ τετράγωνα, άρα συνολικά 27 τετράγωνα.

Το εμβαδόν του χαλιού είναι $3{,}6\cdot 1{,}2=4{,}32$ τ.μ.

Χρωματισμένα είναι τα 13 από τα 27 τετράγωνα του χαλιού ή $\frac{13}{27}$, οπότε το συνολικό τους εμβαδόν είναι $\frac{13}{27}\cdot 4{,}32=2{,}08$ τ.μ.

25.16 Σωστή απάντηση είναι η Β.

Η πλευρά του τετραγώνου είναι $20:4=5$ εκ. και μετά την αύξηση γίνεται $5+1=6$ εκ.

Το εμβαδόν του τετραγώνου, αρχικά, ήταν $5\cdot 5=25$ τ.εκ. και στη συνέχεια έγινε $6\cdot 6=36$ τ.εκ., δηλαδή αυξήθηκε κατά $36-25=11$ τ.εκ., ποσοστό $\frac{11}{25}=0{,}44$ ή 44%.

25.17 Σωστή απάντηση είναι η Ε.

Η πραγματική απόστασή τους είναι $\frac{1}{1.000.000}=\frac{12}{x}$ ή $x=12.000.000$ εκ.

Η απόστασή τους στον πρώτο χάρτη είναι $\frac{1}{800.000}=\frac{\psi}{12.000.000}$ ή $\psi=15$ εκ.

25.18 Σωστή απάντηση είναι η Ε.

Αν x είναι ο πρώτος φυσικός περιττός αριθμός, τότε $x+2$ είναι ο δεύτερος και $(x+2)+2=x+4$ ο τρίτος, οπότε έχουμε:

$$x+(x+2)+(x+4)=75 \text{ ή } 3\cdot x+6=75 \text{ ή } 3\cdot x=75-6 \text{ ή } 3\cdot x=69 \text{ ή } x=69:3 \text{ ή } x=23$$

Άρα, οι τρεις αριθμοί είναι οι 23, 25 και 27, οπότε η χωρητικότητα του δοχείου είναι

$$23\cdot 25\cdot 27=15.525 \text{ κ.εκ. ή } 15{,}525 \text{ λίτρα}$$

25.19 Σωστή απάντηση είναι η Γ.

Η «καρδιά» διότι κατακόρυφα προς τα κάτω συναντάμε την τιμή – 3 του οριζόντιου άξονα και οριζόντια προς τα δεξιά συναντάμε την τιμή 2 του κατακόρυφου άξονα.

25.20 Σωστή απάντηση είναι η Β.

Κατακόρυφα προς τα πάνω συναντάμε την τιμή – 2 του οριζόντιου άξονα και οριζόντια προς τα δεξιά συναντάμε την τιμή – 3 του κατακόρυφου άξονα, άρα η θέση του «ήλιου» είναι το σημείο $(-2,-3)$.

25.21 Σωστή απάντηση είναι η Δ.

Το χαρτόνι Α έχει μήκος $4\cdot 10=40$ εκ., πλάτος $2\cdot 10=20$ εκ. και εμβαδόν $40\cdot 20=800$ τ.εκ.

Το χαρτόνι Β έχει μήκος $2\cdot 20=40$ εκ., πλάτος $2\cdot 20=40$ εκ. και εμβαδόν $40\cdot 40=1.600$ τ.εκ.

Άρα, μεγαλύτερο είναι το εμβαδόν του χαρτονιού Β κατά $1.600-800=800$ τ.εκ., δηλαδή 100% μεγαλύτερο από το χαρτόνι Α.

25.22 Σωστή απάντηση είναι η Δ.

Παρατηρούμε ότι η στήλη Α, η στήλη Ζ, η γραμμή 2 και η γραμμή 4 είναι άδειες. Άρα οι δύο καρδιές πρέπει να σχεδιαστούν στα τετραγωνάκια του πλέγματος που διασταυρώνεται μία άδεια γραμμή με μία άδεια στήλη, δηλαδή στα σημεία $(2,A)$ και $(4,Z)$.

25.23 Σωστή απάντηση είναι η Δ.

Α. Η ακμή του μεγάλου κύβου είναι 10 εκ., αφού 100 τ.εκ. $=10$ εκ. $\cdot$ 10 εκ., οπότε ο όγκος του είναι $10\cdot 10\cdot 10=1.000$ κ.εκ. ή 1 κ.δεκ. και το εμβαδόν του είναι $6\cdot 100=600$ τ.εκ. ή 6 τ.δεκ.

Β. Ο όγκος του κομματιού είναι $4\cdot 4\cdot 4=64$ κ.εκ., οπότε ο όγκος του νέου σχήματος είναι $1.000-64=936$ κ.εκ. ενώ το εμβαδόν του παραμένει ίδιο με το αρχικό εμβαδόν του κύβου.

Γ. Ο όγκος του αρχικού κύβου μειώθηκε κατά $\frac{64}{1.000}$ ή 6,4%, ενώ το εμβαδόν είχε μηδενική μείωση.

Δ. Μείωση όγκου $=1.000-936=64$ κ.εκ.

Μείωση ολικής επιφάνειας $=0$ τ.εκ.

25.24 Σωστή απάντηση είναι η Γ.

Η ακτίνα της κυκλικής βάσης του κυλινδρικού δοχείου Α είναι $10:2=5$ εκ. και του μεταλλικού κυλίνδρου Β είναι $4:2=2$ εκ.

Η χωρητικότητα του δοχείου Α είναι $(3{,}14\cdot 5^2)\cdot 10=785$ κ.εκ. ή $0{,}785$ λίτρα.

Ο όγκος κάθε μεταλλικού κυλίνδρου είναι $\left(3{,}14\cdot 2^2\right)\cdot 5=62{,}8$ κ.εκ. άρα, ο συνολικός όγκος και των 5 κυλίνδρων είναι $5\cdot 62{,}8=314$ κ.εκ. Επομένως:

Α. Στο δοχείο προσθέσαμε 785 κ.εκ. $-$ 314 κ.εκ. $=471$ κ.εκ. ή 0,471 λίτρα νερό.

Β. Γνωρίζουμε ότι εμβαδόν βάσης · ύψος = όγκος.

Έτσι, αν x εκ. είναι το ύψος που θα φτάσει το νερό (όταν αφαιρέσουμε τους 5 μεταλλικούς κυλίνδρους), έχουμε:

$$\left(3{,}14\cdot 5^2\right)\cdot x=471 \text{ ή } 78{,}5\cdot x=471 \text{ ή } x=471:78{,}5 \text{ ή } \text{ ή } x=6 \text{ εκ.}$$

Γ. Η συνολική χωρητικότητα του δοχείου είναι 785 κ.εκ.

Δ. Το δοχείο Α χωράει ακόμα 314 κ.εκ.

Άρα, άδειο είναι το $\frac{314}{785}=0{,}4$ ή 40% της χωρητικότητας του δοχείου Α.

Ε. Η ολική επιφάνεια του δοχείου Α είναι:

$$\text{Εμβαδόν βάσης} + (\text{Περίμετρος βάσης})\cdot\text{ύψος}=78{,}5+\left(10\cdot 3{,}14\right)\cdot 10=78{,}5+314=392{,}5 \text{ τ.εκ.}$$

25.25 Σωστή απάντηση είναι η Α.

Με κάθε τομή δημιουργούνται και από 2 νέες έδρες, δηλαδή συνολικά $3\cdot 2=6$ νέες έδρες.

Άρα η συνολική επιφάνεια του κύβου (ή των 8 μικρών κύβων που δημιουργούνται) διπλασιάζεται και είναι όσο από $6+6=12$ έδρες.