

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1

A. Σε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε Σωστό (Σ), αν η πρόταση που διατυπώνεται είναι σωστή και Λάθος (Λ), αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς $\alpha, \beta \geq 0$ ισχύει ότι $\sqrt{\alpha + \beta} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$.

β) Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει ότι $|\alpha + \beta| \leq |-\alpha| + |\beta|$.

γ) Κάθε ευθεία η οποία έχει θετική κλίση, σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ οξεία γωνία.

δ) Η εξίσωση $x^3 = -8$ είναι αδύνατη στους πραγματικούς αριθμούς.

ε) Αν είναι $\alpha\beta > 1$, τότε θα ισχύει αναγκαστικά $\alpha > 1$ και $\beta > 1$.

B. Δίνεται η εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$. Αν έχει δύο πραγματικές ρίζες x_1, x_2 , τότε να αποδείξετε ότι το άθροισμά τους είναι ίσο με $x_1 + x_2 = \frac{-\beta}{\alpha}$.

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η παράσταση $K = \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 4}}{x + 2} - \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3}$.

α) Να βρείτε τις τιμές που μπορεί να πάρει ο αριθμός x , ώστε η παράσταση K να έχει νόημα πραγματικού αριθμού.

β) Αν $-2 < x < 3$, να αποδείξετε ότι η παράσταση K είναι σταθερή, δηλαδή ανεξάρτητη του x .

ΘΕΜΑ 3

α) Οι αριθμοί $x - 2$, $2x$ και $7x + 4$, $x \in \mathbb{N}$ είναι οι τρεις πρώτοι όροι μιας γεωμετρικής προόδου (γ_n) . Να βρείτε τον 1ο όρο γ_1 και το λόγο λ της (γ_n) , καθώς και το άθροισμα S'_5 των πρώτων πέντε όρων της.

β) Ο νιοστός όρος μιας ακολουθίας (α_n) είναι $\alpha_n = 3n - 1$. Να δείξετε ότι η ακολουθία (α_n) είναι αριθμητική πρόοδος.

γ) Να βρείτε:

i. το άθροισμα S_n των n πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου (α_n) ,

ii. την τιμή του $n \in \mathbb{N}$ ώστε $2(S_n + 24) = \gamma_4$, όπου γ_4 ο 4ος όρος της γεωμετρικής προόδου.

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{(x-2)(x^2-5x+4)}{x-1}$.

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της A .
- β) Να δείξετε ότι $f(x) = x^2 - 6x + 8, x \in A$.
- γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του x η γραφική παράσταση της συνάρτησης f δεν είναι πάνω από την ευθεία $y = 3$.
- δ) Να βρείτε τα σημεία στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης g με $g(x) = x^4 - 6x - 4$ τέμνει την γραφική παράσταση της f .