

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1

- A. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.
- α) Τα σημεία  $A(x, y)$  και  $B(-x, y)$  είναι για κάθε τιμή των  $x, y$  συμμετρικά ως προς τον άξονα  $x'x$ .
- β) Η εξίσωση  $x^v = a$  με  $a < 0$  και  $v$  περιττό, έχει ακριβώς μία λύση την  $-\sqrt[v]{|a|}$ .
- γ) Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς  $a, \beta$  ισχύει  $|a| + |\beta| = |a + \beta|$ .
- δ) Η εξίσωση  $ax^2 + bx + \gamma = 0$  με  $a \neq 0$  έχει πραγματικές ρίζες αν και μόνο αν  $\beta^2 - 4a\gamma \geq 0$ .
- ε) Για κάθε γεωμετρική πρόοδο  $(a_n)$  με λόγο  $\lambda = 1$ , το άθροισμα των  $n$  πρώτων όρων της δίνεται από τον τύπο  $S_n = n \cdot a_1$ .
- B. Αν  $x_1, x_2$  οι ρίζες της εξίσωσης  $ax^2 + bx + \gamma = 0$ ,  $a \neq 0$  να δείξετε ότι  $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{a}$ .

ΘΕΜΑ 2

- α) Να λύσετε την εξίσωση:  $\frac{|x|}{3} - \frac{|x| + 4}{5} = \frac{2}{3}$ .
- β) Να λύσετε την ανίσωση:  $-x^2 + 2x + 3 \leq 0$ .
- γ) Είναι οι λύσεις της εξίσωσης του α) ερωτήματος και λύσεις της ανίσωσης του β) ερωτήματος; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται μία αριθμητική πρόοδος  $(a_n)$  και οι τρεις πρώτοι όροι της είναι οι

$$a_1 = x, a_2 = 2x^2 - 3x - 4, a_3 = x^2 - 2 \text{ με } x \in \mathbb{Z}$$

- α) Να αποδείξετε ότι  $x = 3$ .
- β) Να βρείτε το  $n$ -οστό όρο της προόδου και να αποδείξετε ότι δεν υπάρχει όρος της προόδου ο οποίος να είναι ίσος με 2024.
- γ) Να υπολογίσετε το άθροισμα  $S = a_5 + \dots + a_{15}$ .

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{4x^2 - 2(\alpha + 3)x + 3\alpha}{2x - 3}$ , με παράμετρο  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .

- β) Να αποδείξετε ότι  $f(x) = 2x - a$ , για κάθε  $x$  που ανήκει στο πεδίο ορισμού της  $f$ .
- γ) Να βρείτε την τιμή του  $a \in \mathbb{R}$ , αν η γραφική παράσταση της  $f$  διέρχεται από το σημείο  $(1, -1)$ .
- δ) Να βρείτε, αν υπάρχουν, τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$ .