

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**  
**Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ**

**ΘΕΜΑ 1**

- A.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως **Σωστή (Σ)** ή **Λανθασμένη (Λ)**, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στο αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.
- α)** Το σημείο  $M(x,y)$  με  $x > 0$  και  $y < 0$  βρίσκεται στο δεύτερο τεταρτημόριο του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων.
- β)** Αν τρεις μη μηδενικοί αριθμοί  $\alpha$ ,  $\beta$  και  $\gamma$ , είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, τότε ισχύει:  $\beta^2 = \alpha \cdot \gamma$ .
- γ)** Ισχύει  $|\alpha| \geq \alpha$ , για κάθε  $\alpha \in \mathbb{R}$ .
- δ)** Αν  $\alpha > \beta$  και  $\gamma > \delta$ , τότε:  $\alpha - \gamma > \beta - \delta$  για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ .
- ε)** Η εξίσωση  $\alpha x = \alpha$  έχει μοναδική λύση  $x = 1$  για κάθε  $\alpha \in \mathbb{R}$ .
- B.** Για τους πραγματικούς αριθμούς  $\alpha$ ,  $\beta$  να αποδείξετε ότι:  $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$ .

**ΘΕΜΑ 2**

Δίνονται δύο ευθύγραμμα τμήματα με μήκη  $x$  και  $y$ , για τα οποία ισχύουν:  $|x - 3| \leq 2$  και  $|y - 6| \leq 4$ .

- α)** Να αποδείξετε ότι:  $1 \leq x \leq 5$  και  $2 \leq y \leq 10$ .
- β)** Να βρείτε την μικρότερη και τη μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να πάρει η περίμετρος ενός ορθογωνίου με διαστάσεις  $2x$  και  $y$ .

**ΘΕΜΑ 3**

Δίνονται οι αριθμοί  $\alpha = x + 6$ ,  $\beta = 5x + 2$  και  $\gamma = 11x - 6$ .

- A.** Αν οι  $\alpha$ ,  $\beta$  και  $\gamma$  είναι, με τη σειρά που δίνονται, διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου  $(\alpha_n)$  με πρώτο όρο  $\alpha_1$  και διαφορά  $\omega$ ,
- α)** να βρείτε την τιμή του  $x$  και να αποδείξετε ότι  $\omega = 4$ ,
- β)** κι αν ο πρώτος όρος  $\alpha_1$  της προόδου είναι ίσος με 0, να υπολογίσετε το άθροισμα  $S_{31}$  των 31 πρώτων όρων της.
- B.** Θα μπορούσαν οι αριθμοί  $\alpha$ ,  $\beta$  και  $\gamma$  να είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**ΘΕΜΑ 4**

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = 4x + 2$  και  $g(x) = x^2 - 9$  με πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ .

- α) βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $g$  με τον άξονα  $x'x$  .
- β) Να εξετάσετε αν η γραφική παράσταση της  $f$  τέμνει τους άξονες σε κάποιο από τα σημεία  $(3, 0)$  και  $(-3, 0)$ .
- γ) Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f, g$  δεν έχουν κοινό σημείο πάνω σε κάποιον από τους άξονες.
- δ) Να βρείτε συνάρτηση  $h$  της οποίας η γραφική παράσταση είναι ευθεία, διέρχεται από το σημείο  $A(0,3)$  και τέμνει τη γραφική παράσταση της  $g$  σε ένα σημείο του ημιάξονα  $Ox$  .