

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1

- A.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στο αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.
- α)** Αν $a + \beta = \gamma + \delta$ τότε $a = \gamma$ και $\beta = \delta$.
- β)** Για κάθε $a \in \mathbb{R}$, ισχύει $|-a| = a$.
- γ)** Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f έχει το πολύ ένα κοινό σημείο με τον άξονα $y'y$.
- δ)** Αν το τριώνυμο $ax^2 + bx + \gamma$ διατηρεί σταθερό πρόσημο για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε $b^2 - 4a\gamma > 0$.
- ε)** Αν οι ευθείες $(\epsilon_1): y = a_1x + \beta_1$ και $(\epsilon_2): y = a_2x + \beta_2$ δεν έχουν κανένα κοινό σημείο, τότε $a_1 = a_2$ και $\beta_1 \neq \beta_2$.
- B.** Να αποδείξετε ότι τρεις αριθμοί α , β και γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν $\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}$.

ΘΕΜΑ 2

- α)** Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 5x - 6 < 0$.
- β)** Να βρείτε το πρόσημο του αριθμού $K = \left(-\frac{46}{47}\right)^2 + 5 \cdot \frac{46}{47} - 6$ αιτιολογώντας την απάντησή σας.
- γ)** Αν $\alpha \in (-6, 6)$, να βρείτε το πρόσημο της παράστασης $\Lambda = \alpha^2 - 5|\alpha| - 6$ αιτιολογώντας την απάντησή σας.

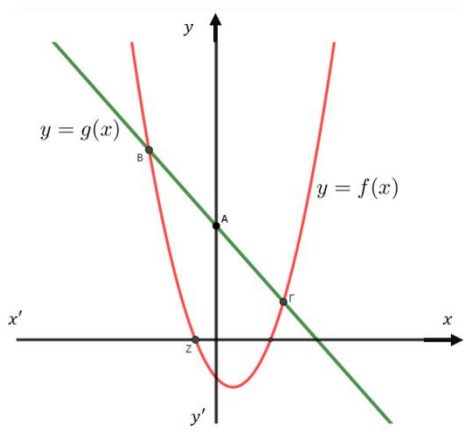
ΘΕΜΑ 3

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \frac{1}{2}(3 + \sqrt{5})$ και $\beta = \frac{1}{2}(3 - \sqrt{5})$.

- α)** Να υπολογίσετε το άθροισμα $\alpha + \beta$ και το γινόμενο $\alpha \cdot \beta$.
- β)** Να αποδείξετε ότι $\alpha^2 + \beta^2 = 7$.
- γ)** Να σχηματίσετε την εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες $x_1 = 4\alpha^2$ και $x_2 = 4\beta^2$.
- δ)** Να δείξετε ότι το άθροισμα των αντιστρόφων του α και του β είναι ίσο με το τριπλάσιο του γινομένου τους.

ΘΕΜΑ 4

Θεωρούμε τις συναρτήσεις $f(x) = x^2 - x - 1$ και $g(x) = 3 - x$ των οποίων οι γραφικές παραστάσεις δίνονται στο παρακάτω σχήμα.



- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A, B, Γ, Z.
- β) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της γραφικής παράστασης της $y = f(x)$ που βρίσκονται πάνω από την γραφική παράσταση της $y = g(x)$.
- γ) Αποδείξτε ότι για οποιονδήποτε πραγματικό αριθμό α , η απόσταση των αριθμών $f(\alpha)$ και $-g(\alpha)$ πάνω στον άξονα των πραγματικών αριθμών είναι τουλάχιστον 1.