

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1

- A.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ), γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε καθεμιά από αυτές το γράμμα Σ αν η πρόταση είναι Σωστή, ή το γράμμα Λ αν αυτή είναι Λάθος.
- α)** Η εξίσωση $ax + \beta = 0$ είναι αδύνατη, όταν $a \neq 0$ και $\beta = 0$.
- β)** Αν $a \leq 0$ και n άρτιος φυσικός, τότε $\sqrt[n]{a^n} = a$.
- γ)** Αν $a > 0$ και $\Delta < 0$ η ανίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma < 0$ αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- δ)** Αν η απόσταση του x από το 0 είναι ίση με 3, τότε $x = 3$ ή $x = -3$.
- ε)** Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f έχει το πολύ ένα κοινό σημείο με τον άξονα $y'y$.
- B.** Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β , να αποδείξετε ότι $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$. Πότε ισχύει η ισότητα;

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η παράσταση $A = \sqrt{1-x} - \sqrt[4]{x^4}$.

- α)** Για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A ;
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας και να γράψετε το σύνολο των δυνατών τιμών του x σε μορφή διαστήματος.
- β)** Για $x = -3$ να αποδείξετε ότι $A^3 + A^2 + A + 1 = 0$.

ΘΕΜΑ 3

Δίνονται οι ανισώσεις $|x+1| < 2$ (1) και $x^2 - x - 2 > 0$ (2).

- α)** Να λύσετε τις ανισώσεις.
- β)** Να δείξετε ότι οι ανισώσεις συναληθεύουν για $x \in (-3, -1)$.
- γ)** Έστω ότι ο αριθμός α είναι λύση μόνο της ανίσωσης (1) και ο αριθμός β είναι λύση μόνο της ανίσωσης (2). Να δείξετε ότι $|2\beta + 1| - |\alpha| > 4$.

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 2|x|x - 2$ και η ευθεία (ε): $y = 2x - \kappa^2$, $\kappa \in \mathbb{R}$.

- α)** Να δείξετε ότι η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε $\kappa \in \mathbb{R}$.

- β) Να δείξετε ότι η ευθεία (ε) τέμνει τη γραφική παράσταση της f σε δύο σημεία για κάθε τιμή της παραμέτρου κ .
- γ) Για $\kappa = -3$ να βρείτε τα σημεία τομής της ευθείας (ε) με την γραφική παράσταση της f .
- δ) Αν A και B είναι τα σημεία τομής του ερωτήματος γ), να βρείτε την απόσταση (AB).