

1. ΘΕΜΑ_2_14918

Να δείξετε ότι για κάθε πραγματικό αριθμό β με $\beta \neq 0$ ισχύει:

$$\alpha) \frac{|\beta|}{\beta} = \begin{cases} 1 & \text{αν } \beta > 0 \\ -1 & \text{αν } \beta < 0 \end{cases} \quad \beta) \left| \frac{|\beta|}{\beta} - 1 \right| + \left| \frac{|\beta|}{\beta} + 1 \right| = 2$$

2. ΘΕΜΑ_2_14777

Δίνεται ο πραγματικός αριθμός α για τον οποίο ισχύει ότι $1 < \alpha < 3$.

$\alpha)$ Να δείξετε ότι $|\alpha - 1| = \alpha - 1$ και $|\alpha - 3| = 3 - \alpha$.

$\beta)$ Να δείξετε ότι $|\alpha - 1| + |\alpha - 3| = 2$.

3. ΘΕΜΑ_2_14400

Δίνεται η παράσταση $A = |x - 3|$, όπου x πραγματικός αριθμός.

$\alpha)$ Να βρείτε την τιμή της παράστασης A σε κάθε μια από τις τρεις επόμενες περιπτώσεις:

i. $x = 4$

ii. $x = 3$

iii. $x = 2$.

$\beta)$ Αν $x < 3$ να γράψετε την τιμή της παράστασης A χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής.

4. ΘΕΜΑ_2_13450

$\alpha)$ Να ελέγξετε αν ο αριθμός 6 είναι λύση της εξίσωσης $|x - 9| = 3$.

$\beta)$ Να λύσετε την εξίσωση $|x - 9| = 3$.

5. ΘΕΜΑ_4_14892

Για τους μη μηδενικούς αριθμούς α, β ισχύει ότι: $\frac{\alpha}{|\alpha|} + \frac{|\beta|}{\beta} = 0$.

$\alpha)$ Να αποδείξετε ότι οι α και β είναι ετερόσημοι.

$\beta)$ Αν, επιπλέον $\frac{\alpha - \beta}{|\alpha - \beta|} = 1$, να δείξετε ότι $\beta < 0 < \alpha$.

6. ΘΕΜΑ_4_14825

$\alpha)$ Να αποδείξετε ότι $|y - 3| < 1 \Leftrightarrow 2 < y < 4$.

$\beta)$ Αν x, y είναι μήκη των πλευρών ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου, με $1 < x < 3$ και $|y - 3| < 1$

τότε να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών κυμαίνεται:

i. η τιμή της περιμέτρου Π του ορθογωνίου,

ii. Η τιμή του εμβαδού E του ορθογωνίου.

7. ΘΕΜΑ_4_14873

Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί α, β για τους οποίους ισχύει $2 \leq \alpha \leq 3$ και $-2 \leq \beta \leq -1$.

α) Να δείξετε ότι : $\alpha - 3 \leq 0$ και $\beta + 2 \geq 0$.

β) Να δείξετε ότι : $3 \leq \alpha - \beta \leq 5$.

γ) Να δείξετε ότι $|\alpha - \beta| + |\alpha - 3| + |\beta + 2| = 5$.

8. ΘΕΜΑ_4_14298

Για τον πραγματικό αριθμό α , δίνεται ότι $\alpha < -2$.

α) Να αποδείξετε ότι $2\alpha + 4 < 0$.

β) Να γράψετε την παράσταση $A = |2\alpha + 4| + 3|3\alpha + 6|$ χωρίς το σύμβολο της απόλυτης τιμής.

γ) Να λύσετε την ανίσωση: $A > -11$.