

1. ΘΕΜΑ_2_15053

Δίνεται η εξίσωση $|2x - 5| = 1$.

- α) Να εξετάσετε αν οι αριθμοί 1 και 2 είναι λύσεις της.
- β) Να λύσετε την εξίσωση.
- γ) Να βρείτε αν οι λύσεις της εξίσωσης είναι και λύσεις της ανίσωσης $|x| < 3$.

2. ΘΕΜΑ_2_14921

Δίνονται οι ανισώσεις: $x - 1 > 1$ (1) και $2x - 3 < 5$ (2).

- α) Να λύσετε την ανίσωση (1).
- β) Να λύσετε την ανίσωση (2).
- γ) Να παραστήσετε τις λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) στον άξονα των πραγματικών αριθμών και να βρείτε τις κοινές τους λύσεις.

3. ΘΕΜΑ_2_14850

- α) Να λύσετε την ανίσωση $|x| \leq 4$.
- β) Να λύσετε την ανίσωση $x - 7 \geq -4(x - 2)$.
- γ) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των δύο παραπάνω ανισώσεων.

4. ΘΕΜΑ_2_14828

- α) Να αποδείξετε ότι για οποιονδήποτε πραγματικό αριθμό x , ισχύει: $(x + 3)^2 - (x + 1)^2 = 4(x + 2)$.
- β) Με τη βοήθεια του ερωτήματος α), να λύσετε την ανίσωση $(x + 3)^2 - (x + 1)^2 > 0$.

5. ΘΕΜΑ_2_14738

- α) Να λύσετε την εξίσωση $|x| = 1$ (1).
- β) Να λυθεί η ανίσωση $|6x| \leq 6$ (2).

6. ΘΕΜΑ_2_14557

Δίνεται η ανίσωση $3x - 7 \geq 5x + 11$ (1).

- α) Να λύσετε την ανίσωση (1).
- β) Να γράψετε τις λύσεις της (1) με τη μορφή διαστήματος.

7. ΘΕΜΑ_2_14317

Δίνονται οι ανισώσεις: $2(x-1) < x+4$ και $2-(5-x) > 0$

- α) Να τις λύσετε.
- β) Να βρείτε, αν υπάρχουν, τους ακέραιους αριθμούς που είναι λύσεις και των δυο ανισώσεων.

8. ΘΕΜΑ_2_14316

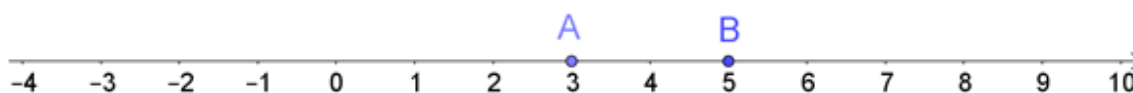
Δίνεται η παράσταση $A = (x+1)^2 - (x-1)^2$, $x \in \mathbb{R}$.

- α) Να αποδείξετε ότι για οποιοδήποτε πραγματικό αριθμό x ισχύει $A = 4x$.
- β) Να βρείτε για ποιες τιμές του x η παράσταση A είναι μεγαλύτερη από το $\frac{1}{4}$.

9. ΘΕΜΑ_4_15098

Δίνεται η εξίσωση $|x-3| = |x-5|$.

- α) Να τοποθετήσετε στον παρακάτω άξονα των πραγματικών αριθμών ένα σημείο M που να αντιστοιχεί στη λύση της παραπάνω εξίσωσης, αιτιολογώντας γεωμετρικά την απάντησή σας.
- β) Να λύσετε αλγεβρικά την παραπάνω εξίσωση.
- γ) Να διατυπώσετε γεωμετρικά το ζητούμενο της ανίσωσης $|x-3| \geq |x-5|$ και να βρείτε τις λύσεις της.



10. ΘΕΜΑ_4_13457

Δίνονται οι ανισώσεις: $|x| < 4$ (1) και $4(x-1) > 6x-8$ (2).

- α) Να λύσετε την ανίσωση (1).
- β) Να λύσετε την ανίσωση (2).
- γ) Να παραστήσετε τις λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) στον άξονα των πραγματικών αριθμών και να βρείτε τις κοινές τους λύσεις.

11. ΘΕΜΑ_4_14875

Για τους πραγματικούς αριθμούς x, y ισχύουν αντίστοιχα $d(x,2) \leq 1$ (1) και $d(y,4) \leq 3$ (2).

- α) Να λύσετε την ανίσωση (1) αλγεβρικά και την ανίσωση (2) γεωμετρικά με τη βοήθεια του άξονα των πραγματικών αριθμών.
- β) Αν $1 \leq x \leq 3$ και $1 \leq y \leq 7$ να δείξετε ότι:
 - i. η περίμετρος ενός ορθογώνιου με διαστάσεις x, y είναι τουλάχιστον 4 και το πολύ 20.
 - ii. $|x-y| \leq 6$.

12. ΘΕΜΑ_4_14874

Για τον πραγματικό αριθμό x ισχύουν $d(x,1) \leq 2$ (1) και $d(x,4) \geq 3$ (2).

- α) Να λύσετε την ανίσωση (1) αλγεβρικά και την ανίσωση (2) γεωμετρικά με τη βοήθεια του άξονα των πραγματικών αριθμών.
- β) Να παραστήσετε στον ίδιο άξονα των πραγματικών αριθμών τις λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) και να βρείτε τις κοινές τους λύσεις.
- γ) Για κάθε $x \in [-1,1]$,
 - i. να αιτιολογήσετε γεωμετρικά ότι $|x-1| + |x+1| = 2$.
 - ii. να δείξετε αλγεβρικά ότι $|x-1| + |x+1| = 2$.

13. ΘΕΜΑ_4_14541

- α) Να λύσετε την ανίσωση $|x| \geq 4$.
- β) Να λύσετε την ανίσωση $3(|x|+2)+1 < 22$.
- γ) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των δύο ανισώσεων των ερωτημάτων α) και β).

14. ΘΕΜΑ_4_14540

Θεωρούμε πραγματικούς τους πραγματικούς αριθμούς x, y για τους οποίους ισχύουν οι ανισότητες $0 < x < 2$ και $0 < y < 3$.

- α) Να αποδείξετε ότι $0 < x + y < 5$.
- β) Να βρείτε μεταξύ ποιων πραγματικών αριθμών περιέχεται η τιμή καθεμίας από τις παρακάτω παραστάσεις:
 - i. $-3y$,
 - ii. $x - 2y$.

15. ΘΕΜΑ_4_14487

Δίνεται η παράσταση $A = (\sqrt{x-4} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x-4} - \sqrt{x+1})$.

- α) Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται παράσταση A .
- β) Να αποδείξετε ότι $A = -5$.
- γ) Να αποδείξετε ότι $\frac{5}{\sqrt{x-4} + \sqrt{x+1}} - \frac{5}{\sqrt{x-4} - \sqrt{x+1}} = 2\sqrt{x+1}$.

16. ΘΕΜΑ_4_14401

- α) Να λύσετε την ανίσωση $|x-2| < 1$.
- β) Αν $|x-2| < 1$ να δείξετε ότι $3 < 2x+1 < 7$.
- γ) Αν $1 < x < 3$ να απλοποιήσετε την παράσταση $A = |x-1| + |x-3|$.

17. ΘΕΜΑ_4_13414

- α) Να λύσετε την ανίσωση $|3x - 6| < 15$.
- β) Να λύσετε την ανίσωση $|x - 6| \geq 1$ και να γράψετε τις λύσεις της ανίσωσης αυτής σε μορφή διαστήματος.
- γ) Να παραστήσετε (σχεδιάζοντας) τις λύσεις των δύο ανισώσεων των ερωτημάτων (α) και (β) σε έναν άξονα των πραγματικών αριθμών και να βρείτε τις κοινές τους λύσεις.

18. ΘΕΜΑ_4_13506

Δίνονται οι ανισώσεις: $3(x - 1) > x + 3$ (1) και $|x| \leq 4$ (2).

- α) Να λύσετε την ανίσωση (1).
- β) Να λύσετε την ανίσωση (2).
- γ) Να παραστήσετε τις λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) στον άξονα των πραγματικών αριθμών και να βρείτε τις κοινές τους λύσεις.

19. ΘΕΜΑ_4_13402

Δίνονται οι ανισώσεις $|x| \leq 9$ (1) και $7x - 8 \geq -3(x - 4)$ (2).

- α) Να λυθεί η ανίσωση (1).
- β) Να λυθεί η ανίσωση (2).
- γ) Να παραστήστε τις λύσεις των ανισώσεων (1) και (2) στον ίδιο άξονα των πραγματικών αριθμών και να βρείτε τις κοινές τους λύσεις.