

## ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

## ΘΕΜΑ 1

- A.** Να αποδείξετε ότι αν το πολυώνυμο  $P(x)$  έχει ακέραιους συντελεστές και ο ακέραιος αριθμός  $p \neq 0$  είναι ρίζα της εξίσωσης  $P(x)=0$ , τότε ο  $p$  είναι ακέραιος διαιρέτης του σταθερού όρου του πολυωνύμου  $P(x)$ .
- B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.
- α)** Αν ένα πολυώνυμο έχει παράγοντα το  $x - p$  τότε ισχύει ότι  $P(p) = 0$ .
- β)** Αν το πολυώνυμο  $P(x)$  έχει βαθμό 3, τότε το πολυώνυμο  $[P(x)]^2$  έχει βαθμό 9.
- γ)** Η εξίσωση  $|ημx| + |συνx| = 0$  είναι αδύνατη στο  $\mathbb{R}$ .
- δ)** Αν  $0 < a \neq 1$  και  $\theta > 0$  τότε ισχύει ότι  $\log_a \theta^k = k \cdot \log_a \theta$ .
- ε)** Ισχύει ότι  $\ln e = 0$ .
- Γ.** Σε κάθε μία από τις παρακάτω ημιτελείς προτάσεις, να γράψετε στην κόλλα σας τον αριθμό της και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην επιλογή σας, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.
- 1.** Το άθροισμα των συντελεστών του πολυωνύμου είναι ίσο με 4. Τότε ισχύει ότι:
- (**α**)  $P(0) = 4$                       (**β**)  $P(4) = 0$                       (**γ**)  $P(1) = 4$
- 2.** Ο σταθερός όρος του πολυωνύμου  $P(x) = (x-1)^5 - (x+1)^4 + 5$  είναι:
- (**α**) 5                                      (**β**) 3                                      (**γ**) 7
- 3.** Το  $\sin(11\pi)$  είναι ίσο με:
- (**α**) 1                                      (**β**) -1                                      (**γ**) 0
- 4.** Η περίοδος της συνάρτησης  $f(x) = 4\etaμ(2x)$  είναι ίση με
- (**α**)  $2\pi$                                       (**β**)  $\pi$                                       (**γ**)  $\frac{\pi}{2}$
- 5.** Αν  $\ln(\ln x) = 0$ , τότε το  $x$  είναι ίσο με
- (**α**) 1                                      (**β**)  $e$                                       (**γ**) 0

## ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η παράσταση  $A = \frac{\etaμ(180^\circ - 20^\circ) \cdot \sigmaυν(-3x)}{\sigmaυν(90^\circ - 20^\circ)}$ .

- α)** Να δείξετε ότι  $A = \sigmaυν3x$ .
- β)** Να βρείτε την μέγιστη τιμή και την περίοδο της συνάρτησης  $f(x) = \sigmaυν3x$ .

### ΘΕΜΑ 3

Το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 + 3x + ax - 3 = 0$  όπου  $a \in \mathbb{R}$  έχει ρίζα το  $-a$ .

- A. Να δείξετε ότι  $a = -1$ .
- B. α) Να λύσετε την εξίσωση  $P(x) = 0$ .  
β) Να λύσετε την ανίσωση  $P(x) < 0$ .

### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = (x-1)\ln x$ ,  $x > 0$  και η ευθεία  $(\varepsilon): y = 2x - 2$ .

- A. Να αποδείξετε ότι  $f(2) + f(4) = \frac{1}{3}f(8)$ .
- B. Να αιτιολογήσετε γιατί η γραφική παράσταση  $C_f$  της  $f$  είναι από τον άξονα  $x'x$  και πάνω.
- Γ. Να βρείτε:  
α) τα κοινά σημεία της  $C_f$  με την ευθεία,  
β) για ποιες τιμές του  $x$  η  $C_f$  είναι κάτω από την ευθεία.