

A. α) Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f .

β) Να βρείτε την περίοδο της συνάρτησης f .

B. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -3$ στο \mathbb{R} .

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx - 1$, το οποίο έχει παράγοντα το πολυώνυμο $Q(x) = (x - 1)^2$.

α) Να δείξετε ότι $a = -5$ και $b = 4$.

β) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

γ) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{P(x)}{x-1} \geq 0$.

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(e^x - 1)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της A και το σημείο τομής της γραφικής της παράστασης με τον άξονα x' .

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = x - 1$.

γ) Να αποδείξετε ότι αν $a > 0$, τότε η γραφική παράσταση της f δεν έχει κοινά σημεία με την ευθεία $y = x + a$.