

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1

- A.** Να αποδείξετε ότι αν το πολυώνυμο $x - \rho$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου $P(x)$ τότε το ρ είναι ρίζα της εξίσωσης $P(x) = 0$.
- B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.
- α)** Για κάθε γωνία ω ισχύει ότι $\eta\mu(\omega + \pi) = \eta\mu(-\omega)$.
- β)** Αν ο k είναι περιττός αριθμός ισχύει ότι $\sigma\upsilon\nu(k\pi) = -1$.
- γ)** Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει ακέραιους συντελεστές και ισχύει $P(0) = -6$, τότε το 3 είναι πιθανή ακέραια ρίζα της εξίσωσης $P(x) = 0$.
- δ)** Η συνάρτηση $f(x) = -e^{-x}$ είναι αύξουσα στο \mathbb{R} .
- ε)** Αν ο k είναι περιττός αριθμός, τότε ισχύει ότι $\ln 1 + \ln e - e^0 = \eta\mu(k\pi)$.
- Γ.** Σε κάθε μία από τις παρακάτω ημιτελείς προτάσεις, να γράψετε στην κόλλα σας τον αριθμό της και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στην επιλογή σας, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.
- 1.** Στο \mathbb{R} περιττή συνάρτηση είναι η
- α)** $f(x) = x^2$ **β)** $g(x) = e^x$ **γ)** $h(x) = \eta\mu x$
- 2.** Η περίοδος της συνάρτησης $f(x) = -\sigma\upsilon\nu\left(\frac{x}{2}\right)$ είναι ίση με
- α)** π **β)** $\frac{\pi}{2}$ **γ)** 4π
- 3.** Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \epsilon\phi x$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ τέμνει την ευθεία $(\epsilon) : y =$ στο σημείο
- α)** $(1,1)$ **β)** $\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$ **γ)** $\left(\frac{\pi}{3}, 1\right)$
- 4.** Αν το πολυώνυμο $P(x)$ είναι 3ου βαθμού τότε το πολυώνυμο $P(x^2)$ είναι
- α)** 5ου βαθμού. **β)** 9ου βαθμού. **γ)** 6ου βαθμού.
- 5.** Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \ln(x - x^2)$ είναι το
- α)** $(0, +\infty)$ **β)** $(1, +\infty)$ **γ)** $(0,1)$

ΘΕΜΑ 2

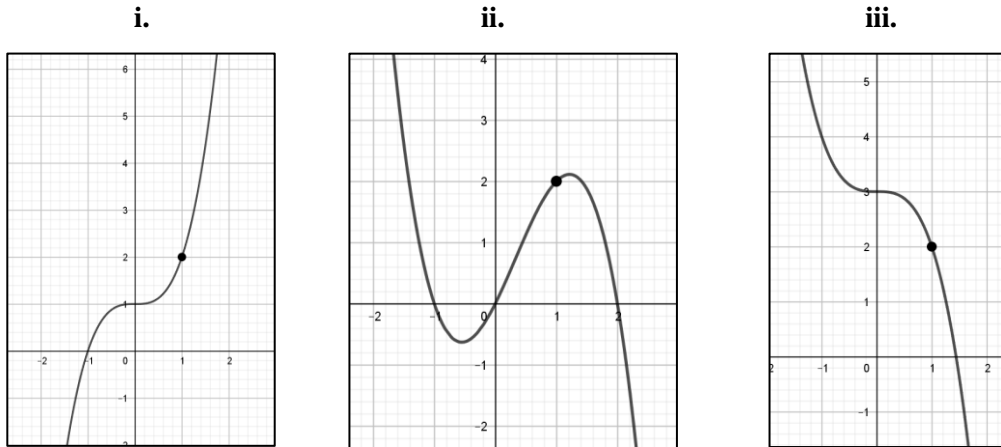
Δίνεται μια συνάρτηση f γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} με σύνολο τιμών το \mathbb{R} της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(1,2)$.

α) Θα μπορούσε η γραφική παράσταση της f να διέρχεται και από το σημείο $B(2,9)$;

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Ποια από τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις θα μπορούσε να είναι η γραφική παράσταση της f ;

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



ΘΕΜΑ 3

α) Να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης $(x^3 - 7x + 6) : (x - 1)$.

β) Να λύσετε την ανίσωση $x^3 - 7x + 6 < 0$.

γ) Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu^3 x + 6 = 7\eta\mu x$.

δ) Να λύσετε την εξίσωση $\ln^3 x + 6 = 7 \ln x$.

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha \cdot 2^x + \beta$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης διέρχεται από τα σημεία $A(1,3)$ και $B(2,13)$.

α) Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς α και β .

Αν $\alpha = 5$ και $\beta = -7$,

β) Να βρείτε το κοινό σημείο της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με τον άξονα $y'y$.

γ) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

δ) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > 4^x - 3$.