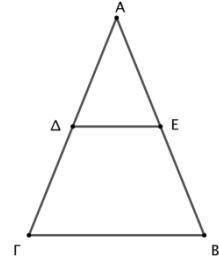


## 1. ΘΕΜΑ\_2\_35259

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma$ . Από το μέσο  $\Delta$  της πλευράς  $A\Gamma$  φέρουμε παράλληλη προς την πλευρά  $B\Gamma$ , η οποία τέμνει την πλευρά  $AB$  στο σημείο  $E$ .

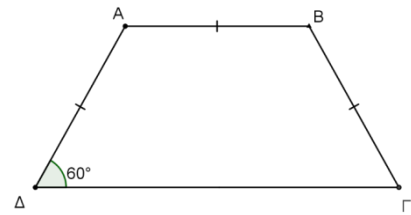


α) Να αιτιολογήσετε ότι  $\Gamma\Delta = BE$ .

β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο  $\Gamma BE\Delta$  είναι ισοσκελές τραπέζιο.

## 2. ΘΕΜΑ\_2\_14517

Το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  του σχήματος είναι ισοσκελές τραπέζιο με βάσεις  $AB$  και  $\Delta\Gamma$  με  $\Delta\Gamma = 2AB$  και ίσες πλευρές  $A\Delta$  και  $B\Gamma$ . Αν είναι  $AB = A\Delta = B\Gamma = 12$  και  $\hat{\Delta} = 60^\circ$ , να υπολογίσετε:



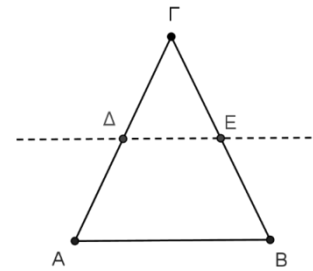
α) τις γωνίες του τραπέζιου,

β) την περίμετρο του τραπέζιου.

Σε κάθε περίπτωση να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

## 3. ΘΕΜΑ\_2\_19834

Το τρίγωνο  $AB\Gamma$  του σχήματος είναι ισοσκελές με  $\Gamma A = \Gamma B = 8$ , το σημείο  $\Delta$  είναι το μέσο της πλευράς του  $A\Gamma$  και η ευθεία  $\Delta E$  είναι παράλληλη στην πλευρά του  $AB$ , όπου  $AB = 6$ .



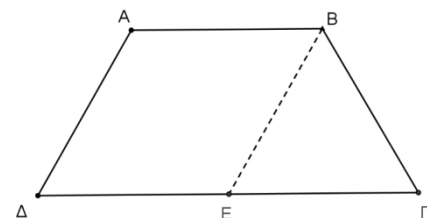
α) Να αιτιολογήσετε γιατί το σημείο  $E$  είναι το μέσο της πλευράς  $\Gamma B$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

β) Να βρείτε τα μήκη των τμημάτων  $\Delta E$ ,  $\Delta A$  και  $EB$ , αιτιολογώντας την απάντησή σας.

γ) Να αιτιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο  $A\Delta EB$  είναι ισοσκελές τραπέζιο και να υπολογίσετε την περίμετρό του.

## 4. ΘΕΜΑ\_2\_19826

Το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  του σχήματος είναι ισοσκελές τραπέζιο με βάσεις  $AB$  και  $\Delta\Gamma$ ,  $A\Delta = B\Gamma$  και η  $BE$  είναι παράλληλη στην  $A\Delta$ .



α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο  $ABE\Delta$  είναι παραλληλόγραμμο.

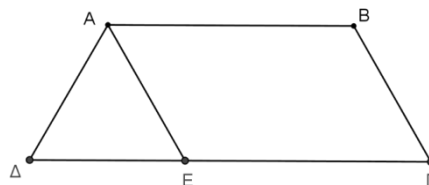
β) Αν είναι  $AB = A\Delta = 12$  και  $\Delta\Gamma = 2AB$ ,

i. να υπολογίσετε την περίμετρο του τετραπλεύρου  $ABE\Delta$ .

ii. να δείξετε ότι το σημείο  $E$  είναι το μέσο του τμήματος  $\Delta\Gamma$ .

## 5. ΘΕΜΑ\_2\_19821

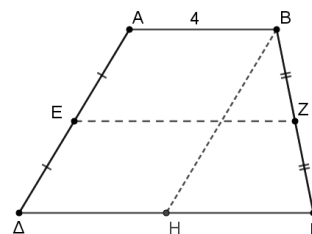
Στο σχήμα που ακολουθεί, το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  είναι ισοσκελές τραπέζιο με βάσεις τις πλευρές  $AB$ ,  $\Delta\Gamma$  και ίσες πλευρές τις  $A\Delta$  και  $B\Gamma$ . Η παράλληλη από το  $A$  στην  $B\Gamma$ , δηλαδή η  $AE$ , τέμνει την πλευρά  $\Delta\Gamma$  σε σημείο  $E$ .



- α) Να μεταφέρετε στο γραπτό σας συμπληρωμένη την ακόλουθη πρόταση: «Στο ισοσκελές τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  του σχήματος παράλληλες μεταξύ τους είναι η πλευρά ..... με την πλευρά ....., οι προκειμένες γωνίες στη βάση του  $AB$  είναι η γωνία ..... και η γωνία ..... και οι προσκειμένες γωνίες στη βάση του  $\Delta\Gamma$  είναι η γωνία..... και η γωνία .....
- β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο  $AB\Gamma E$  είναι παραλληλόγραμμο.
- γ) Αν είναι  $B\Gamma = 5$ , να δείξετε ότι  $A\Delta = AE = 5$ .

## 6. ΘΕΜΑ\_2\_18158

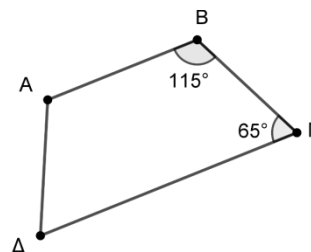
Στο τραπέζιο του σχήματος  $AB\Gamma\Delta$  ( $AB // \Gamma\Delta$ ), έχουμε  $AB = 4$  και  $\Delta\Gamma = 8$ .



- α) Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου του  $EZ$ .
- β) Από το  $B$  φέρουμε  $BH$  παράλληλη στην  $A\Delta$ . Να αποδείξετε ότι  $\Gamma H = AB$ .

## 7. ΘΕΜΑ\_4\_35394

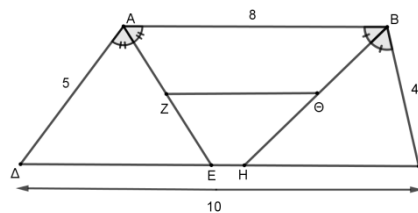
Το τετράπλευρο  $AB\Delta\Gamma$  του παρακάτω σχήματος έχει γωνίες  $\hat{B} = 115^\circ$  και  $\hat{\Gamma} = 65^\circ$ . Αν οι απέναντι γωνίες του είναι παραπληρωματικές, τότε να αποδείξετε ότι:



- α) i.  $\hat{A} = 115^\circ$  και  $\hat{\Delta} = 65^\circ$ ,  
 ii. το  $AB\Gamma\Delta$  είναι τραπέζιο με βάσεις τις πλευρές του  $AB$  και  $\Delta\Gamma$ .
- β) το  $AB\Gamma\Delta$  είναι ισοσκελές τραπέζιο.

## 8. ΘΕΜΑ\_4\_21846

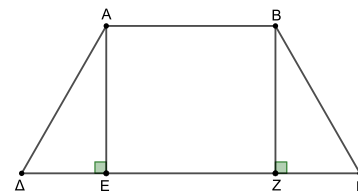
Δίνεται τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  με  $AB // \Gamma\Delta$  και  $AB = 8$ ,  $B\Gamma = 4$ ,  $\Gamma\Delta = 10$  και  $A\Delta = 5$ . Οι διχοτόμοι των γωνιών  $A$  και  $B$  τέμνουν την  $\Gamma\Delta$  στα σημεία  $E$  και  $H$  αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $A\Delta E$  και  $B\Gamma H$  είναι ισοσκελή με βάσεις τις  $AE$  και  $BH$  αντίστοιχα.
- β) Να υπολογίσετε το  $E\Gamma$ .
- γ) Αν  $Z$  και  $\Theta$  είναι τα μέσα των  $A\Delta$  και  $B\Gamma$  αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι  $Z\Theta = \frac{9}{2}$ .

### 9. ΘΕΜΑ\_4\_21399

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  με βάσεις  $AB=4$  και  $\Gamma\Delta=8$ , ίσες πλευρές  $B\Gamma = A\Delta = 4$  και τα ύψη του  $AE$  και  $BZ$ .



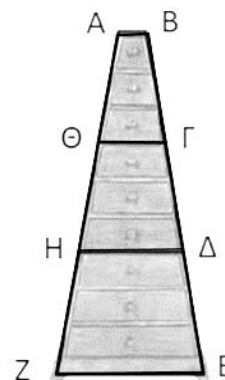
α) Να αποδείξετε ότι:

- i.  $EZ = 4$                       ii.  $\Delta E = \Gamma Z = 2$                       iii.  $\hat{\Delta A E} = 30^\circ$

β) Να βρείτε τα μέτρα των προσκείμενων γωνιών σε κάθε βάση του τραπέζιου.

### 10. ΘΕΜΑ\_4\_14581

Στην εικόνα που ακολουθεί παρουσιάζεται το σχέδιο μιας κατασκευής τριών μερών με συρτάρια. Τόσο η κατασκευή όσο και τα επιμέρους τμήματά της είναι σχήματος τραπέζιου. Συγκεκριμένα, το τετράπλευρο  $ABEZ$  του σχεδίου της κατασκευής είναι τραπέζιο με βάσεις  $AB$  και  $ZE$ , το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Theta$  είναι τραπέζιο με βάσεις  $AB$  και  $\Theta\Gamma$ , το τετράπλευρο  $\Theta\Gamma\Delta H$  είναι τραπέζιο με βάσεις  $\Theta\Gamma$  και  $H\Delta$  καθώς και το τετράπλευρο  $H\Delta EZ$  είναι τραπέζιο με βάσεις  $H\Delta$  και  $ZE$ . Επιπλέον, τα  $\Theta$ ,  $H$  και  $\Gamma$ ,  $\Delta$  είναι σημεία των μη παράλληλων πλευρών  $AZ$ ,  $BE$  αντίστοιχα του τραπέζιου  $ABEZ$ .



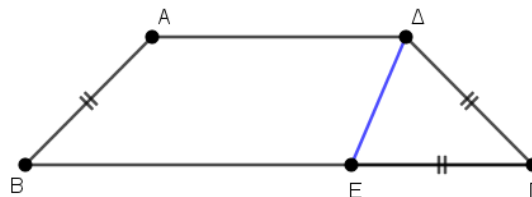
α) Να εξηγήσετε γιατί οι βάσεις  $AB$ ,  $\Theta\Gamma$ ,  $H\Delta$  και  $ZE$  των επιμέρους τραπέζιων είναι παράλληλες.

β) Έστω ότι τα σημεία  $\Theta$  και  $\Gamma$  είναι τα μέσα των  $AH$  και  $B\Delta$  αντίστοιχα, ενώ τα σημεία  $H$  και  $\Delta$  είναι τα μέσα των  $\Theta Z$  και  $\Gamma E$  αντίστοιχα. Αν είναι  $AB = 13,5$  cm και  $H\Delta = 50,5$  cm, να βρείτε τα μήκη των τμημάτων:

- i.  $\Theta\Gamma$                       ii.  $ZE$

### 11. ΘΕΜΑ\_4\_16767

Δίνεται το ισοσκελές τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  του σχήματος με  $A\Delta // B\Gamma$  και  $B\Gamma > \Delta\Gamma$ . Στην πλευρά  $B\Gamma$  θεωρούμε σημείο  $E$ , τέτοιο ώστε  $\Gamma E = \Gamma\Delta$ .



α) Να αποδείξετε ότι:

- i. οι γωνίες  $\hat{A\Delta E}$  και  $\hat{\Gamma\hat{E}\Delta}$  είναι ίσες,  
ii. η  $\Delta E$  είναι διχοτόμος της  $A\hat{\Delta}\Gamma$ .

β) Πόσες μοίρες πρέπει να είναι η γωνία  $\hat{A}$  ώστε το τρίγωνο  $\Delta E\Gamma$  να είναι ισόπλευρο;