

1. ΘΕΜΑ_2_14502

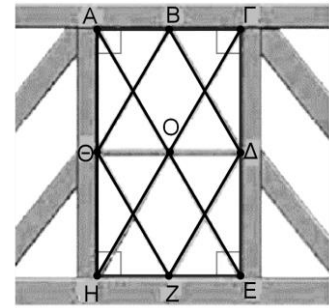
Δίνεται ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = 2AD$ και τα μέσα E, Z των πλευρών $AB, \Gamma\Delta$ αντίστοιχα.
Να αποδείξετε ότι:

- το τετράπλευρο $A\epsilon\Gamma Z$ είναι παραλληλόγραμμο,
- το τετράπλευρο $A\epsilon Z\Delta$ είναι τετράγωνο.

2. ΘΕΜΑ_2_14505

Στην εικόνα που ακολουθεί, υπάρχει το σχέδιο ενός παραθύρου με $B\Delta = \Delta Z = Z\Theta = \Theta B$ και τις γωνίες $\hat{A}\hat{\Gamma}E, \hat{\Gamma}\hat{E}H, \hat{E}\hat{H}A, \hat{H}\hat{A}\Gamma$ ορθές.

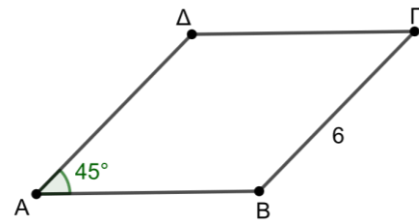
- Τι είδους τετράπλευρα είναι τα $B\Delta Z\Theta$ και $A\Gamma E H$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- Ένας μαθητής λέει «τα τμήματα $A\epsilon$ και ΓH είναι ίσα μεταξύ τους» και μια μαθήτρια, όταν το άκουσε, συμπλήρωσε «και τα $A\Theta, \Theta E, \Gamma\Theta$ και ΘH είναι ίσα μεταξύ τους». Συμφωνείτε με τους ισχυρισμούς που διατύπωσαν ο μαθητής και η μαθήτρια; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



3. ΘΕΜΑ_2_18200

Στον ρόμβο $AB\Gamma\Delta$ είναι $\hat{A} = 45^\circ$ και $B\Gamma = 6$.

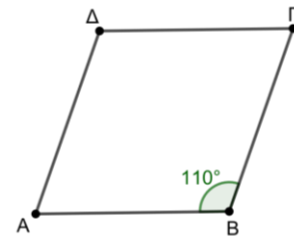
- Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\Gamma}$ του ρόμβου.
- Να υπολογίσετε τα μήκη των υπόλοιπων πλευρών του ρόμβου.
- Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών \hat{B} και $\hat{\Delta}$ είναι ίσο με τρεις ορθές.



4. ΘΕΜΑ_2_18201

Στον ρόμβο $AB\Gamma\Delta$ είναι $\hat{B} = 110^\circ$.

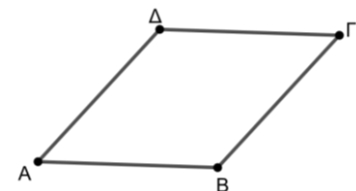
- Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\Delta}$ του ρόμβου.
- Να σχεδιάσετε τη διαγώνιο του ρόμβου από την κορυφή Δ .
- Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{A}\hat{B}\Delta$.



5. ΘΕΜΑ_2_18202

Ο ρόμβος $AB\Gamma\Delta$ έχει περίμετρο 48.

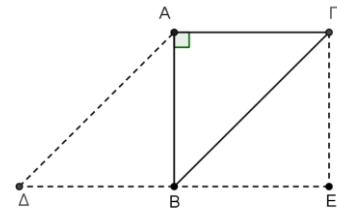
- Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του ρόμβου.
- Να σχεδιάσετε τις διαγωνίους του ρόμβου.
- Αν K είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του ρόμβου και το



ευθύγραμμο τμήμα ΒΚ έχει μήκος 5, να υπολογίσετε το μήκος της διαγωνίου ΒΔ του ρόμβου.

6. ΘΕΜΑ_2_19831

Στο σχήμα που ακολουθεί, το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές με $\hat{A} = 90^\circ$ και $AB = AG = 12$. Έστω ότι η παράλληλη από το σημείο Γ στην ΑΒ και η παράλληλη από το σημείο Β στην ΑΓ τέμνονται στο σημείο Ε.



- α) Να δικαιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο ΑΓΕΒ είναι τετράγωνο και να υπολογίσετε την περίμετρό του.
- β) Αν η παράλληλη από το Α στην πλευρά ΒΓ του τριγώνου ΑΒΓ τέμνει την ευθεία ΒΕ (προς το μέρος του Β) σε σημείο Δ, να βρείτε το είδος του τετραπλεύρου ΑΓΒΔ. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

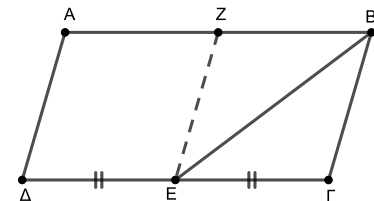
7. ΘΕΜΑ_2_20082

Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ η πλευρά ΑΒ είναι διπλάσια της πλευράς του ΒΓ. Αν Ε, Ζ τα μέσα των πλευρών του ΑΒ και ΓΔ αντίστοιχα,

- α) Να αποδείξετε ότι τα τετράπλευρα ΑΕΖΔ και ΒΕΖΓ είναι ρόμβοι.
- β) Τι είδους τετράπλευρο είναι το ΑΕΓΖ; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

8. ΘΕΜΑ_2_20087

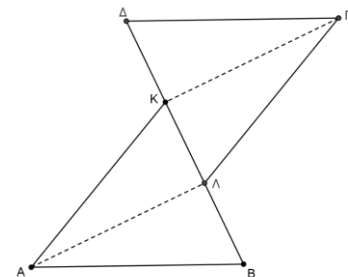
Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ είναι $AB = 2BG$ και Ε είναι το μέσο της πλευράς ΓΔ.



- α) Να αποδείξετε ότι το τμήμα ΒΕ διχοτομεί τη γωνία \hat{B} του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.
- β) Αν το σημείο Ζ είναι το μέσο της πλευράς ΑΒ, τι είδους τετράπλευρο είναι το ΖΒΓΕ; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

9. ΘΕΜΑ_4_19839

Τα τρίγωνα ΑΒΚ και ΓΔΛ του σχήματος είναι ίσα και ισοσκελή με $AB = AK$ και $GL = GD$ αντίστοιχα. Τα σημεία Λ και Κ είναι τα μέσα των ΒΚ και ΔΛ αντίστοιχα.



- α) Να αποδείξετε ότι:
- $AK = GL$,
 - $AK = GK$,
 - το τετράπλευρο ΑΚΓΛ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Θα μπορούσε το παραλληλόγραμμο ΑΚΓΛ να είναι ρόμβος; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

10. ΘΕΜΑ_4_20088

Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ η πλευρά AB είναι διπλάσια της πλευράς του $B\Gamma$. Αν E, Z τα μέσα των πλευρών του AB και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα,

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. τα τετράπλευρα $AEZ\Delta$ και $BEZ\Gamma$ είναι ρόμβοι,
- ii. το τετράπλευρο $AE\Gamma Z$ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Πόσων μοιρών πρέπει να είναι η γωνία \hat{B} του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$, ώστε το τετράπλευρο $AE\Gamma Z$ είναι ρόμβος; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

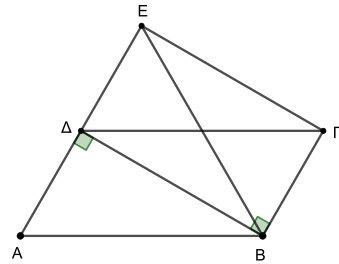
11. ΘΕΜΑ_4_21394

Στο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του παρακάτω σχήματος οι ΔA και $B\Gamma$ είναι κάθετες στην ΔB και επίσης είναι $A\Delta = B\Gamma = 3$.

α) Να αποδείξετε ότι το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Προεκτείνουμε την $A\Delta$ κατά τμήμα $\Delta E = 3$. Να αποδείξετε ότι:

- i. το τετράπλευρο $\Delta B\Gamma E$ είναι ορθογώνιο.
- ii. το τρίγωνο BAE είναι ισοσκελές.



12. ΘΕΜΑ_4_21404

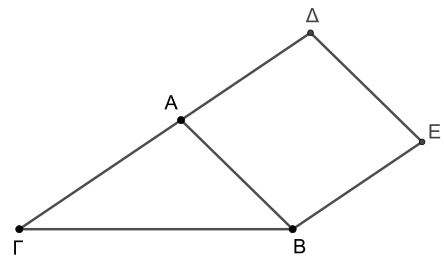
Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Προεκτείνουμε την πλευρά ΓA κατά τμήμα $A\Delta = AB$. Από τα B και Δ φέρνουμε παράλληλες, αντίστοιχα προς τις $A\Delta$ και AB , οι οποίες τέμνονται στο E .

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ABE\Delta$ είναι ρόμβος.

β) Έστω ότι $AB = 4$, $A\Gamma = 5$ και $B\Gamma = 7$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ και ο ρόμβος $ABE\Delta$ έχουν ίσες περιμέτρους.

γ) Έστω ότι $AB = \gamma$, $A\Gamma = \beta$, $B\Gamma = \alpha$ και ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ και ο ρόμβος $ABE\Delta$ έχουν ίσες περιμέτρους.

Να αποδείξετε ότι $\gamma = \frac{\alpha + \beta}{3}$.



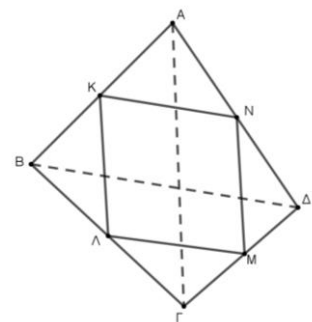
13. ΘΕΜΑ_4_21843

Έστω τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ και K, Λ, M, N τα μέσα των πλευρών του $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta$ και ΔA αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι η περίμετρος Π του τετραπλεύρου $K\Lambda M N$ είναι $\Pi = A\Gamma + B\Delta$.

β) i. Αν το $K\Lambda M N$ είναι ορθογώνιο να αποδείξετε ότι οι διαγώνιοι του $AB\Gamma\Delta$ είναι κάθετες μεταξύ τους.

ii. Ποια επιπλέον ιδιότητα πρέπει να έχουν οι διαγώνιοι του $AB\Gamma\Delta$ ώστε το $K\Lambda M N$ να είναι τετράγωνο;



14. ΘΕΜΑ_4_22563

Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB \parallel \Gamma\Delta$, $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $\Gamma\Delta = 2AB$

και $\hat{B}\hat{\Gamma}\hat{\Delta} = 45^\circ$. Έστω BE κάθετη στη $\Gamma\Delta$ που τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο M . Να αποδείξετε ότι :

α) το τετράπλευρο $AB\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο,

β) i. το τρίγωνο $BE\Gamma$ είναι ισοσκελές,

ii. το τετράπλευρο $ABE\Delta$ είναι τετράγωνο.

