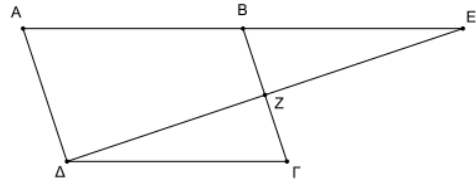


1. ΘΕΜΑ_2_

Δίνεται παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$ και σημείο E στην προέκταση της πλευράς AB προς το B , ώστε $AB = BE$. Έστω Z το σημείο τομής των $BΓ$, $ΔE$.



- α) Να αποδείξετε ότι το Z είναι το μέσο του $ΔE$.
β) Αν $BΓ = 10$, να βρείτε το μήκος του BZ .

2. ΘΕΜΑ_2_20843

Τρίγωνο $ABΓ$ έχει περίμετρο 28. Τα σημεία $K, Λ$ και M είναι τα μέσα των πλευρών AB , $ΑΓ$ και $BΓ$ αντίστοιχα.

- α) Να δικαιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο $KΛΓM$ είναι παραλληλόγραμμο.
β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $KΛM$.

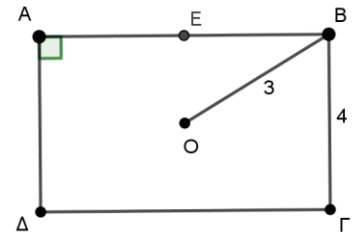
3. ΘΕΜΑ_2_20840

Οι πλευρές AB , $ΑΓ$ και $BΓ$ του τριγώνου $ABΓ$ έχουν μήκη 6, 8 και 12 αντίστοιχα. Τα σημεία K , $Λ$ και M είναι τα μέσα των πλευρών AB , $ΑΓ$ και $BΓ$ με τη σειρά που δίνονται.

- α) Να δικαιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο $KΛΓM$ είναι παραλληλόγραμμο.
β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του παραλληλογράμμου $KΛΓM$.

4. ΘΕΜΑ_2_20951

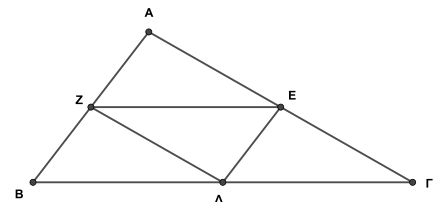
Δίνεται το ορθογώνιο $ABΓΔ$ του σχήματος, στο οποίο το O είναι το Κέντρο του και το τμήμα $OB = 3$. Αν E είναι το μέσο της AB και η $BΓ = 4$ τότε:



- α) να χαράξετε τις διαγώνιες $ΑΓ$, $BΔ$ του ορθογωνίου και να υπολογίσετε τα μήκη τους.
β) να υπολογίσετε το μήκος του OE .

5. ΘΕΜΑ_2_20948

Στο τρίγωνο $ABΓ$ του σχήματος τα $Δ$, E , Z είναι μέσα των πλευρών του. Αν $BΓ = 10$, $ΔZ = 4$ και $ΔE = 2,5$:

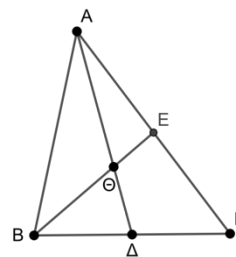


- α) να αποδείξετε ότι $ZE // BΓ$.
β) να υπολογίσετε το μήκος της ZE .
γ) να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών AB , $ΑΓ$ του τριγώνου $ABΓ$.

6. ΘΕΜΑ_2_19514

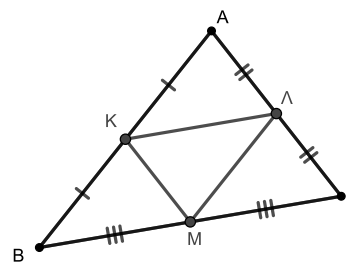
Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ το Δ είναι το μέσο της πλευράς $B\Gamma$ και το E είναι το μέσο της πλευράς $A\Gamma$. Δίνονται τα μήκη $A\Delta = 12$ και $\Theta E = 3$.

- α) Να αποδείξετε ότι $\Theta\Delta = 4$.
 β) Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων BE και $B\Theta$.
 γ) Να σχεδιάσετε τη διάμεσο ΓZ του τριγώνου $AB\Gamma$.

**7. ΘΕΜΑ_4_20844**

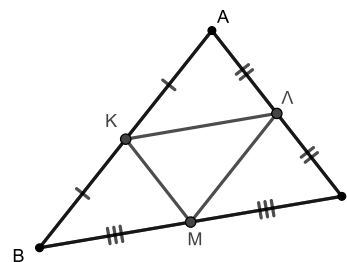
Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα μέσα K, Λ και M των πλευρών AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα.

- α) Να δικαιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο $AKM\Lambda$ είναι παραλληλόγραμμο.
 β) Αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB = A\Gamma$:
- Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AKM\Lambda$ είναι ρόμβος.
 - Ποιό πρέπει να είναι το μέτρο της γωνίας \hat{A} του τριγώνου $AB\Gamma$ ώστε το τετράπλευρο $AKM\Lambda$ να είναι τετράγωνο; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**8. ΘΕΜΑ_4_20846**

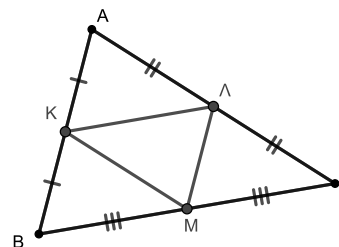
Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα μέσα K, Λ και M των πλευρών AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα.

- α) Να δικαιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο $K\Lambda M B$ είναι παραλληλόγραμμο.
 β) Να γράψετε όλα τα παραλληλόγραμμα που σχηματίζονται με κορυφές τέσσερα από τα σημεία A, B, Γ, K, Λ και M .
 γ) Αν επιπλέον δίνεται ότι το τετράπλευρο $AKM\Lambda$ είναι ορθογώνιο να βρείτε το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς τις γωνίες του. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

**9. ΘΕΜΑ_4_20848**

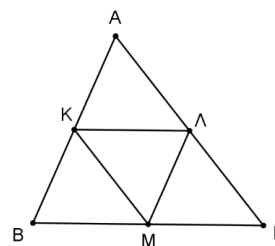
Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα μέσα K, Λ και M των πλευρών του AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα.

- α) Να δικαιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο $K\Lambda\Gamma M$ είναι παραλληλόγραμμο.
 β) Να γράψετε όλα τα παραλληλόγραμμα που σχηματίζονται με κορυφές 4 από τα σημεία A, B, Γ, K, Λ και M .
 γ) Αν επιπλέον δίνεται ότι το τετράπλευρο $AKM\Lambda$ είναι ρόμβος να βρείτε το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς τις πλευρές του. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



10. ΘΕΜΑ_4_19840

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ του σχήματος που ακολουθεί τα K , Λ και M είναι τα μέσα των πλευρών AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα.



α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση, αιτιολογώντας την επιλογή σας:

i. Αν είναι $K\Lambda = 6$, τότε το $B\Gamma$ είναι ίσο με:

A: 6 B: 12 Γ: 3 Δ: 16

ii. Αν είναι $K\Lambda + \Lambda M + KM = 12$, τότε το άθροισμα $AB + B\Gamma + A\Gamma$ είναι ίσο με:

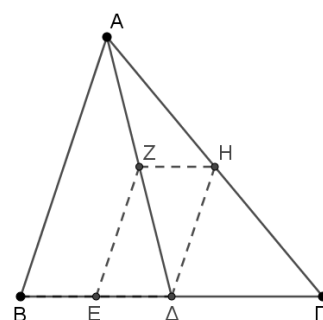
A: 12 B: 6 Γ: 24 Δ: 16

β) Να χαρακτηρίσετε την παρακάτω πρόταση ως αληθή ή ψευδή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Πρόταση : «Αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο, τότε το τετράπλευρο $K\Lambda MB$ είναι ρόμβος».

11. ΘΕΜΑ_4_19275

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και η διάμεσός του $A\Delta$. Τα σημεία E , Z και H είναι τα μέσα των $B\Delta$, $A\Delta$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα.



α) Να δικαιολογήσετε γιατί:

i. $\Delta H = // \frac{AB}{2}$,

ii. $ZE = // \frac{AB}{2}$.

β) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $ZH\Delta E$ είναι παραλληλόγραμμο.

γ) Ποια πρέπει να είναι η σχέση των AB και $B\Gamma$, ώστε το $ZH\Delta E$ να είναι ρόμβος;

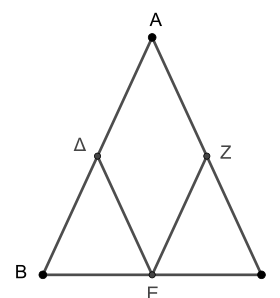
12. ΘΕΜΑ_4_21402

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και έστω Δ , E και Z τα μέσα των πλευρών AB , $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $A\Delta EZ$ είναι ρόμβος.

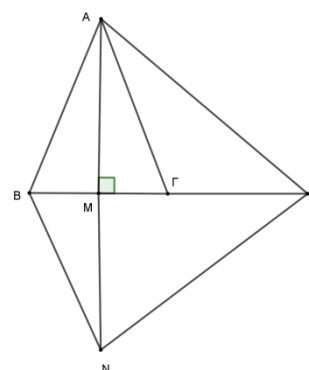
β) Αν $\hat{B} = 75^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του ρόμβου $A\Delta EZ$.

γ) Ποιο θα πρέπει να είναι το μέτρο της γωνίας \hat{B} , ώστε το τετράπλευρο $A\Delta EZ$ να είναι τετράγωνο; Τι τρίγωνο είναι τότε το $AB\Gamma$;



13. ΘΕΜΑ_4_21844

Δίνεται οξυγώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και το ύψος του AM . Προεκτείνουμε το AM κατά τμήμα $MN = AM$ και τη $B\Gamma$ κατά τμήμα $\Gamma\Delta = B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:



α) Το τετράπλευρο $ABN\Gamma$ είναι ρόμβος.

β) Το τρίγωνο $A\Delta N$ είναι ισοσκελές.

γ) Η προέκταση της $A\Gamma$ τέμνει τη ΔN στο μέσον της.