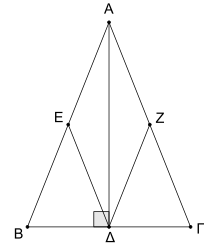


1. ΘΕΜΑ\_2\_22095

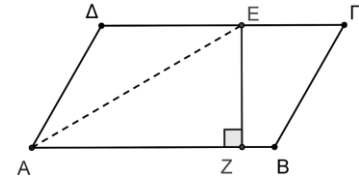
Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma = 12$  και το ύψος του  $A\Delta$ . Έστω  $E$  και  $Z$  τα μέσα των πλευρών  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα.



- α) Να αποδείξετε ότι  $\Delta E = 6$  και  $\Delta Z = 6$ .
- β) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο  $AEDZ$  είναι ρόμβος.

2. ΘΕΜΑ\_2\_14552

Το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  του σχήματος είναι παραλληλόγραμμο με  $A\Delta < AB$  και  $\hat{A} = 60^\circ$ . Η  $AE$  είναι η διχοτόμος της γωνίας του  $\hat{A}$  η οποία τέμνει την πλευρά  $\Delta\Gamma$  σε σημείο  $E$  και η  $EZ$  είναι η κάθετη από το  $E$  στην πλευρά  $AB$ .



Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση σε καθένα από τα ακόλουθα δύο ερωτήματα, αιτιολογώντας την επιλογή σας.

- α) Αν είναι  $A\Delta = 6$ , τότε το  $\Delta E$  είναι ίσο με:

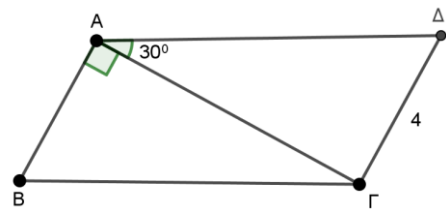
A: 6      B: 12      Γ: 3      Δ: 16

- β) Αν η κάθετη που άγεται από το  $E$  προς την ευθεία  $AB$  τέμνει την πλευρά  $AB$  σε σημείο  $Z$ , τότε:

A:  $AE = EZ$       B:  $AE = \frac{1}{2}EZ$       Γ:  $AE = 2EZ$       Δ:  $AE = 3EZ$

3. ΘΕΜΑ\_2\_21012

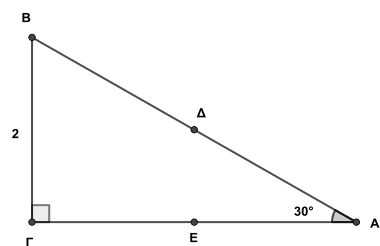
Στο σχήμα, το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  είναι παραλληλόγραμμο στο οποίο η διαγώνιος  $A\Gamma$  είναι κάθετη στην πλευρά του  $AB$ . Επίσης η πλευρά του  $\Gamma\Delta = 4$  και η γωνία  $\Gamma A\Delta$  ισούται με  $30^\circ$ .



- α) Να υπολογίσετε πόσες μοίρες είναι η γωνία  $B\Gamma\Delta$ .
- β) Πόσο είναι το μήκος της πλευράς  $AB$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- γ) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς  $B\Gamma$ .

4. ΘΕΜΑ\_2\_20945

Στο ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  του σχήματος δίνονται  $\hat{A} = 30^\circ$ ,  $B\Gamma = 2$  και τα σημεία  $\Delta$ ,  $E$  μέσα των πλευρών  $AB$ ,  $A\Gamma$  αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:



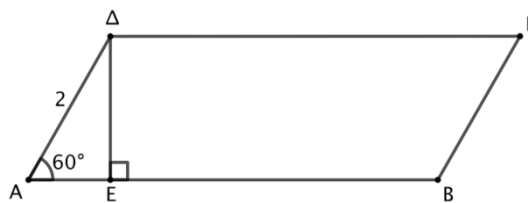
- α) το μήκος του  $\Delta E$ .
- β) το μήκος της πλευράς  $AB$ .
- γ) το μήκος του  $\Gamma\Delta$ .

5. ΘΕΜΑ\_2\_18304

Δίνεται το παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  του σχήματος με

$A\Delta = 2$  και  $\hat{A} = 60^\circ$ .

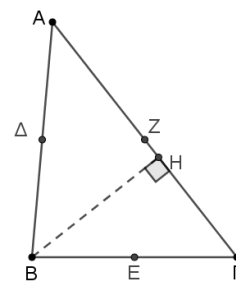
- α) Να υπολογίσετε τις γωνίες  $\hat{B}$ ,  $\hat{\Gamma}$  και  $\hat{A\Delta\Gamma}$ .
- β) Αν  $\Delta E$  είναι ύψος του παραλληλογράμμου, τότε:
  - i. Να υπολογίσετε τη γωνία  $\hat{A\Delta E}$ .
  - ii. Να αποδείξετε ότι  $AE = 1$ .



6. ΘΕΜΑ\_3\_21060

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  και τα μέσα  $\Delta$ ,  $E$ ,  $Z$  των πλευρών του  $AB$ ,  $B\Gamma$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα. Φέρνουμε το ύψος  $BH$ . Να αποδείξετε ότι:

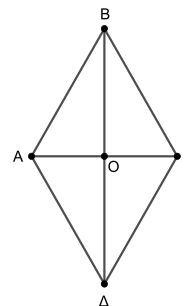
- α) i.  $Z\Delta = E\Gamma$ ,      ii.  $HE = E\Gamma$ ,
- β) Η  $\Delta E$  είναι παράλληλη στην  $A\Gamma$ .
- γ)  $\Delta H = ZE$ .



7. ΘΕΜΑ\_4\_21392

Στο σχήμα το  $AB\Gamma\Delta$  είναι ρόμβος με κέντρο  $O$ ,  $AB = 4$  και  $OA = 2$ .

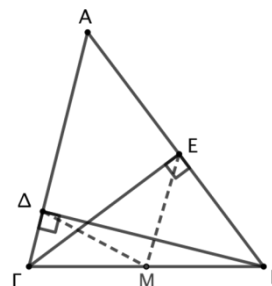
- α) Να αποδείξετε ότι η γωνία  $\hat{A\hat{B}O} = 30^\circ$ .
- β) Να βρείτε τρεις γωνίες στο παρακάτω σχήμα, εκτός της  $\hat{A\hat{B}O}$ , που έχουν μέτρο  $30^\circ$ . Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- γ) Να βρείτε τέσσερα ευθύγραμμα τμήματα στο παρακάτω σχήμα, εκτός του  $AB$ , που έχουν μήκος 4. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



8. ΘΕΜΑ\_4\_21003

Σε οξυγώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  θεωρούμε τα ύψη  $B\Delta$  και  $\Gamma E$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν  $M$  είναι το μέσο της πλευράς  $B\Gamma$ , τότε:

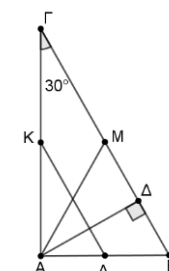
- α) Να αποδείξετε ότι  $\Delta M = \frac{B\Gamma}{2}$ .
- β) Να αποδείξετε ότι  $\Delta M = EM$ .
- γ) Να εξετάσετε αν τα σημεία  $\Delta$ ,  $E$ ,  $B$  και  $\Gamma$  ανήκουν στον ίδιο κύκλο.



9. ΘΕΜΑ\_4\_20558

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ). Έστω  $K$ ,  $\Lambda$ ,  $M$  τα μέσα των πλευρών  $A\Gamma$ ,  $AB$ ,  $B\Gamma$  αντίστοιχα.

- α) Να αποδείξετε ότι:

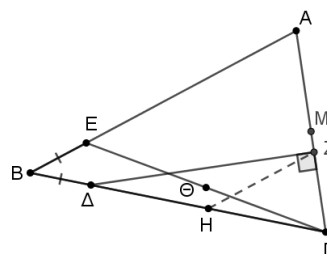


- i.  $ΚΛ = ΑΜ$ ,
- ii. το  $ΑΚΜΛ$  είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

β) Έστω  $\hat{\Gamma} = 30^\circ$  και  $ΑΔ$  ύψος του τριγώνου. Προεκτείνουμε το  $ΑΔ$  κατά ίσο τμήμα  $ΔΖ$ . Τι είδους τετράπλευρο είναι το  $ΑΜΖΒ$ ; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

### 10. ΘΕΜΑ\_4\_20557

Δίνεται τρίγωνο  $ΑΒΓ$  και σημεία  $Δ$  και  $Ε$  στις πλευρές  $ΒΓ$  και  $ΒΑ$  αντίστοιχα, ώστε  $ΒΔ = ΒΕ$ . Φέρνουμε την  $ΔΖ$  κάθετη στην  $ΑΓ$ . Θεωρούμε τα μέσα  $Η$ ,  $Θ$ ,  $Μ$  των  $ΔΓ$ ,  $ΕΓ$ ,  $ΑΓ$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:



α)  $ZH = \frac{ΔΓ}{2}$ ,

β)  $MΘ = \frac{ΑΕ}{2}$ .

γ) Ποιο πρέπει να είναι το είδος του τριγώνου  $ΑΒΓ$  ως προς τις πλευρές του, ώστε  $ZH = MΘ$ ;

### 11. ΘΕΜΑ\_4\_19842

Στο σχήμα που ακολουθεί, το τετράπλευρο  $ΕΑΓΔ$  είναι παραλληλόγραμμο με  $ΕΑ = 2ΑΔ$ . Η παράλληλη από το  $Ε$  προς την  $ΑΔ$  τέμνει την προέκταση της  $ΓΔ$  προς το  $Δ$  σε σημείο  $Β$ .

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. το τμήμα  $ΕΑ$  είναι παράλληλο στο τμήμα  $ΒΔ$ . Το τετράπλευρο  $ΕΑΔΒ$  είναι παραλληλόγραμμο,
- ii. το σημείο  $Δ$  είναι το μέσο του  $ΒΓ$  και ότι  $ΒΓ = 4ΑΔ$ .

β) Αν το παραλληλόγραμμο  $ΕΑΓΔ$  είναι ρόμβος, να βρείτε το είδος του τριγώνου  $ΒΕΓ$  ως προς τις γωνίες του.

