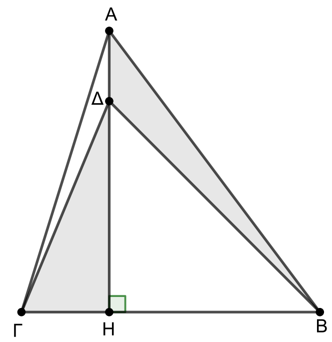
1. **ΘΕΜΑ_2_22331**

Στο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος το ΑΗ είναι ύψος και το Δ σημείο του ΑΗ. Δίνονται $AB=20$, $BH=12$, $\Gamma H=5$ και ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΔ είναι $(AB\Delta)=24$.

α) Να αποδείξετε ότι $AH=16$.

β) Να αποδείξετε ότι $A\Delta=4$.

γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $\Gamma\Delta H$.

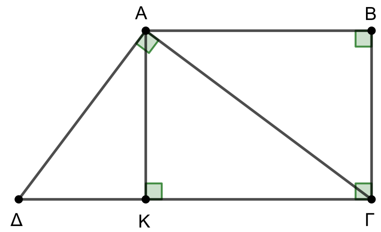


2. **ΘΕΜΑ_2_22338**

Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με $\hat{B}=\hat{\Gamma}=90^\circ$ και στο οποίο η πλευρά ΑΔ και η διαγώνιος ΑΓ είναι κάθετες. Έστω Κ η προβολή της κορυφής Α στην πλευρά ΓΔ, $K\Delta=9$ και $K\Gamma=16$.

α) Να αποδείξετε ότι $AK=12$.

β) Να βρείτε το εμβαδόν του τραπεζίου ΑΒΓΔ .



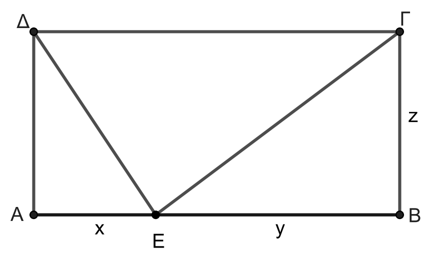
3. **ΘΕΜΑ_2_18550**

Η περίμετρος του ορθογωνίου ΑΒΓΔ του σχήματος είναι 36 και το Ε είναι σημείο στην πλευρά ΑΒ. Τα μήκη των τμημάτων x, y, z είναι ανάλογα προς τους αριθμούς 2,4,3 αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι $x=4$, $y=8$, $z=6$.

β) **i.** Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ΓΕΔ.

ii. Να βρεθεί ο λόγος του εμβαδού του τριγώνου ΓΔΕ προς το εμβαδό του ορθογωνίου ΑΒΓΔ.

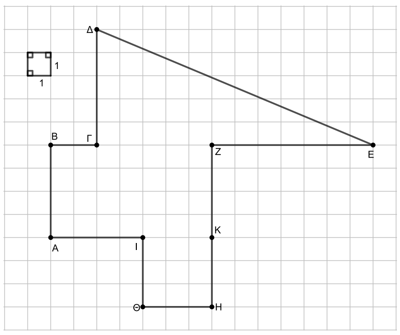


4. **ΘΕΜΑ_2_18558**

Στο διπλανό σχήμα:

α) Να βρείτε το μήκος της πλευράς ΔΕ.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την τεθλασμένη γραμμή ΑΒΓΔΕΖΗΘΙΑ.



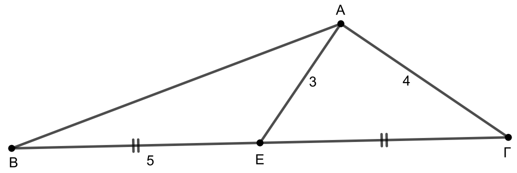
5. **ΘΕΜΑ_2_18559**

Στο τρίγωνο ΑΒΓ του παρακάτω σχήματος η διάμεσος που αντιστοιχεί στην πλευρά ΒΓ έχει μήκος 3 και η πλευρά ΑΓ είναι ίση με 4. Αν $BE=5$, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι η διάμεσος ΑΕ είναι κάθετη στην πλευρά ΑΓ.

β) **i.** Να δικαιολογήσετε γιατί $(ΑΒΕ)=(ΑΓΕ)$.

ii. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.



6. ΘΕΜΑ_2_21101

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές $ΒΓ=\sqrt{3}$, $ΑΒ=\sqrt{2}$, $ΑΓ=1$.

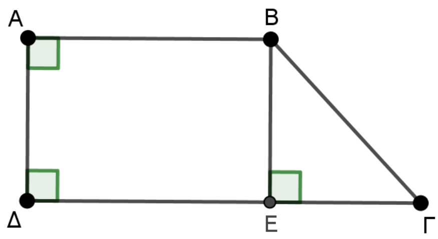
α) Να αποδείξετε ότι $\hat{Α}=90°$.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

γ) Να υπολογίσετε το ύψος ΑΔ.

7. ΘΕΜΑ_2_21823

Δίνεται το τραπέζιο ΑΒΓΔ του παρακάτω σχήματος, με $\hat{Α}=\hat{Δ}=90°$ και $ΑΔ=4$, $ΑΒ=5$, $ΔΓ=8$. Από την κορυφή Β του τραπεζίου, φέρνουμε την ΒΕ κάθετη στην πλευρά ΔΓ.



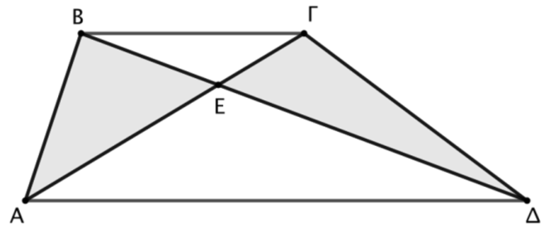
α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΕΓ.

β) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΒΓ του τραπεζίου.

γ) Να υπολογίσετε το λόγο: $\dfrac{(ΒΔΓ)}{(ΑΒΓΔ)}$.

8. ΘΕΜΑ_2_22032

Θεωρούμε τραπέζιο ΑΒΓΔ $(ΒΓ//ΑΔ)$ και έστω Ε το σημείο τομής των διαγωνίων του ΑΓ και ΒΔ.

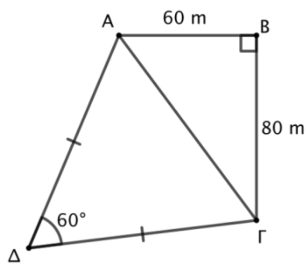


α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΔ είναι ισοδύναμα.

β) Να συγκρίνετε τα εμβαδά των γραμμοσκιασμένων τριγώνων ΑΒΕ και ΔΓΕ.

9. ΘΕΜΑ_2_22035

Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ του σχήματος παριστάνει την κάτοψη ενός κτήματος με $ΑΒ=60\text{ m}$, $ΒΓ=80\text{ m}$, $\hat{Δ}=60°$, $\hat{Β}=90°$ και $ΑΔ=ΓΔ$.



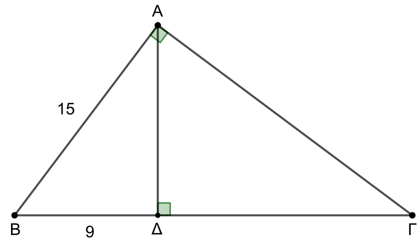
α) Να υπολογίσετε το μήκος της διαγωνίου ΑΓ.

β) Να αιτιολογήσετε γιατί το τρίγωνο ΑΔΓ είναι ισόπλευρο.

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν των τριγώνων ΑΒΓ και ΑΔΓ. Πόσο είναι το συνολικό εμβαδόν του κτήματος;

10. ΘΕΜΑ_2_22339

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A}=90°$ και έστω Δ η προβολή της κορυφής Α στην υποτείνουσα ΒΓ. Έστω επίσης $AB=15$ και $\Delta B=9$.



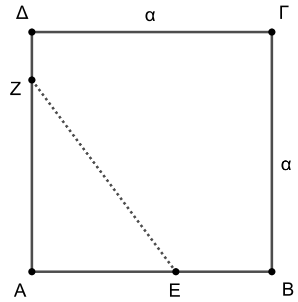
α) Να αποδείξετε ότι:

i. $B\Gamma=25$, **ii.** $A\Gamma=20$

β) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

11. ΘΕΜΑ_2_16821

Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς α. Στην πλευρά ΑΒ θεωρούμε σημείο Ε έτσι ώστε $AE=\frac{3}{5}AB$ και στην πλευρά ΑΔ θεωρούμε σημείο Ζ έτσι ώστε $AZ=\frac{4}{5}A\Delta$.

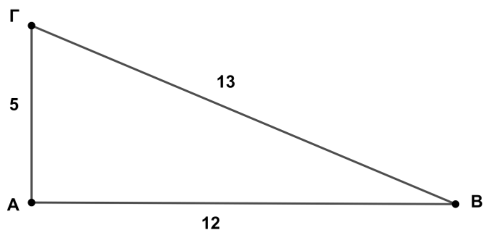


α) Να υπολογίσετε συναρτήσει του α τα εμβαδά, του τριγώνου ΑΕΖ και του τετραγώνου ΑΒΓΔ.

β) Αν γνωρίζουμε ότι το εμβαδόν του πενταγώνου ΕΒΓΔΖ είναι ίσο με 76 να υπολογίσετε το μήκος α της πλευράς του τετραγώνου ΑΒΓΔ.

12. ΘΕΜΑ_2_22513

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $AB=12$, $A\Gamma=5$ και $B\Gamma=13$.



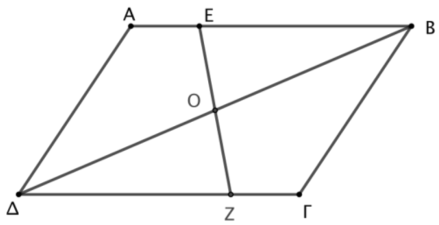
α) Να αποδείξετε ότι $\hat{A}=90°$.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.

γ) Να υπολογίσετε το ύψος υ_α.

13. ΘΕΜΑ_2_16102

Θεωρούμε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Από το κέντρο Ο φέρουμε ευθεία η οποία τέμνει τις πλευρές ΑΒ και ΓΔ στα σημεία Ε και Ζ όπως φαίνεται στο σχήμα. Να αποδείξετε ότι:



α) $(\Delta OZ)=(BOE)$,

β) $(\Delta OEA)=(B\Gamma ZO)$.

14. ΘΕΜΑ_2_18560

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $B\Gamma=13$ και $\Gamma\Delta=14$. Αν ΓΕ είναι το κάθετο τμήμα από το σημείο Γ στην πλευρά ΑΒ και το τμήμα ΑΕ έχει μήκος 9, τότε:

α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΓΕ.

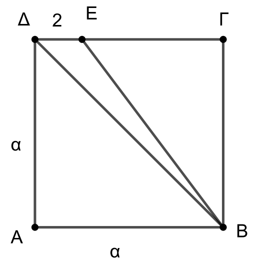
β) Να υπολογίσετε το εμβαδό

i. του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.

ii. του τραπεζίου ΑΕΓΔ.

15. ΘΕΜΑ_2_16817

Στο τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς α, θεωρούμε σημείο Ε της πλευράς του ΔΓ έτσι ώστε $ΔΕ = 2$. Αν γνωρίζουμε ότι: $(ΒΕΔ) = \frac{(ΑΒΓΔ)}{8}$ τότε:



α) Να αποδείξετε ότι η πλευρά του τετραγώνου α είναι ίση με 8.

β) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΒΕ.

16. ΘΕΜΑ_3_17908

Σε τρίγωνο ΑΒΓ τα μήκη των πλευρών του είναι $α = 4$, $β = \sqrt{17}$ και $γ = 5$.

α) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ΑΒΓ, ως προς τις γωνίες του.

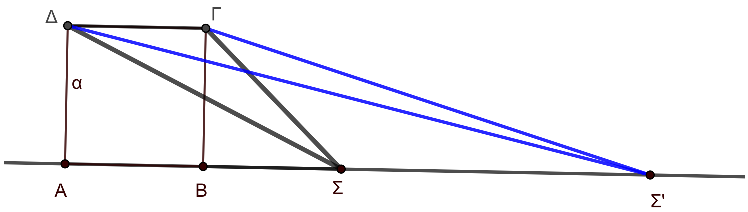
β) Αν ΑΔ είναι το ύψος του τριγώνου ΑΒΓ από την κορυφή Α, τότε:

i. να υπολογίσετε το ΔΒ.

ii. να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.

17. ΘΕΜΑ_4_18555

Σε τετράγωνο πλευράς α παίρνουμε σημείο Σ στην προέκταση της πλευράς ΑΒ προς το Β τέτοιο ώστε $ΒΣ = ΑΒ$.



α) Να υπολογίσετε ως συνάρτηση του α:

i. το εμβαδό του τριγώνου ΣΔΓ,

ii. την περίμετρο του τριγώνου ΣΔΓ.

β) Στην τάξη του Βρασίδα η καθηγήτρια των Μαθηματικών απέδειξε ότι αν το σημείο $Σ'$ βρίσκεται στην προέκταση του ΑΒ προς το Β και κινείται απομακρυνόμενο από το σημείο Β, τότε οι πλευρές $Σ'Γ$ και $Σ'Δ$ μεγαλώνουν. Οπότε, αν το $Σ'$ είναι δεξιότερα από το Σ, θα ισχύει ότι $Σ'Γ > ΣΓ$ και $Σ'Δ > ΣΔ$.

Ο Βρασίδας ζήτησε το λόγο και διατύπωσε τον ισχυρισμό :

«Η *περίμετρος και το εμβαδό του τριγώνου* $Σ'ΔΓ$ *είναι μεγαλύτερα από την περίμετρο και το εμβαδό του τριγώνου ΣΔΓ*».

Συμφωνείτε με τον ισχυρισμό του Βρασίδα:

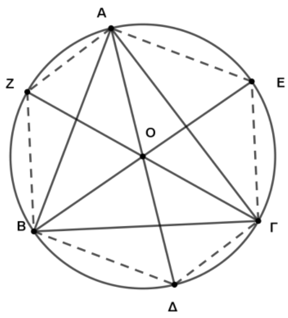
i. σχετικά με τα εμβαδά των δύο τριγώνων;

ii. σχετικά με την περίμετρο των δύο τριγώνων;

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

18. **ΘΕΜΑ_4_22510**

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ εγγεγραμμένο σε κύκλο κέντρου Ο. Θεωρούμε τις διαμέτρους ΑΔ, ΒΕ και ΓΖ. Να αποδείξετε ότι:



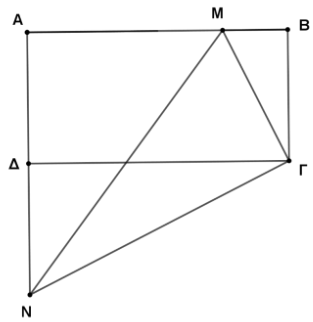
α) $(ΑΟΒ)=(ΒΟΔ)$ και $(ΑΟΓ)=(ΔΟΓ)$,

β) $(ΒΔΓ)=(ΑΟΒ)+(ΑΟΓ)-(ΒΟΓ)$,

γ) $(ΑΖΒΔΓΕ)=2(ΑΒΓ)$.

19. **ΘΕΜΑ_4_22509**

Θεωρούμε ορθογώνιο ΑΒΓΔ με $ΑΒ=2α$ και $ΑΔ=α$. Στην πλευρά ΑΒ θεωρούμε σημείο Μ με $ΜΒ=x$ και στην προέκταση της ΑΔ σημείο Ν με $ΔΝ=2x$.



α) Να υπολογίσετε ως συνάρτηση των α, x τα $ΜΓ^2$, $ΝΓ^2$ και $ΜΝ^2$.

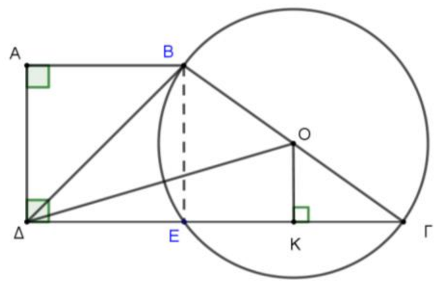
β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΜΝΓ είναι ορθογώνιο.

γ) Να υπολογίσετε συναρτήσει των α, x τα εμβαδά των τριγώνων ΑΜΝ και ΓΜΝ.

δ) Να βρείτε τη θέση του σημείου Μ, πάνω στην ΑΒ ώστε τα τρίγωνα ΑΜΝ και ΓΜΝ να είναι ισεμβαδικά.

20. **ΘΕΜΑ_4_21840**

Έστω ΑΒΓΔ τραπέζιο με $\hat{Α}=\hat{Δ}=90°$, $ΑΒ=5$, $ΓΔ=13$ και εμβαδόν $(ΑΒΓΔ)=54$. Ο κύκλος με διάμετρο τη ΒΓ τέμνει τη ΓΔ στο σημείο Ε.



α) Να αποδείξετε ότι $ΑΔ=6$.

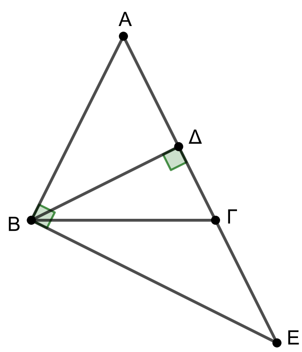
β) Να υπολογίσετε το μήκος των ΒΕ και ΒΓ.

γ) Αν ΟΚ είναι η κάθετη από το σημείο Ο στην ΕΓ, να αποδείξετε ότι $ΟΚ=3$, και να υπολογίσετε το μήκος της ΟΔ.

δ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΒΔΟ.

21. **ΘΕΜΑ_4_22396**

Στο παρακάτω σχήμα, δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $ΑΒ=ΑΓ$ και έστω Δ η προβολή του σημείου Β πάνω στην ευθεία ΑΓ. Έστω $ΑΔ=3$ και $ΔΓ=2$.



α) Να αποδείξετε ότι:

i. $ΒΔ=4$, **ii.** $(ΑΒΓ)=10$.

β) Έστω ότι η κάθετη της ΑΒ στο σημείο Β, τέμνει την προέκταση της ΑΓ στο σημείο Ε. Να βρείτε:

i. το μήκος του ΔΕ ,

ii. το εμβαδόν του τριγώνου ΒΓΕ .

22. ΘΕΜΑ_4_22104

Σε τρίγωνο ΑΒΓ θεωρούμε σημείο Δ εσωτερικό της πλευράς του ΒΓ. Έστω Μ το μέσο Μ του τμήματος ΑΔ.

α) Να αποδείξετε ότι:

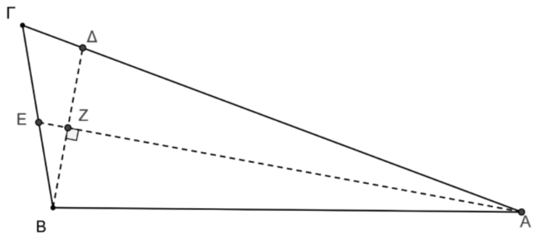
i. $(\text{ΑΒΜ})=\frac{1}{2}(\text{ΑΒΔ})$,

ii. $(\text{ΑΒΜ})+(\text{ΜΔΓ})=\frac{1}{2}(\text{ΑΒΓ})$.

β) Να εξετάσετε αν υπάρχει θέση του σημείου Δ τέτοια ώστε τα τρίγωνα ΑΒΜ και ΜΔΓ να έχουν ίσα εμβαδά. Στην περίπτωση που υπάρχει θέση του σημείου Δ για την οποία τα εμβαδά των τριγώνων ΑΒΜ και ΜΔΓ είναι ίσα, να βρείτε τι μέρος του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΓ είναι το εμβαδόν του κάθε τριγώνου ΑΒΜ και ΜΔΓ. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

23. ΘΕΜΑ_4_22100

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με γωνίες $\hat{\text{Α}}=20°$, $\hat{\text{Β}}=100°$, και η διχοτόμος ΑΕ της γωνίας του $\hat{\text{Α}}$. Από το Β φέρνουμε την κάθετη προς την ΑΕ και έστω Ζ , Δ τα σημεία τομής της καθέτου με τις ΑΕ, ΑΓ αντίστοιχα.



α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\text{Γ}\hat{\text{Β}}\text{Δ}=\hat{\text{Α}}=20°$,

ii. το τρίγωνο ΒΔΓ είναι όμοιο με το τρίγωνο ΑΒΓ, να γράψετε τα ζεύγη των ομόλογων πλευρών τους και να αιτιολογήσετε γιατί είναι αυτές οι πλευρές ομόλογες .

β) Να σχεδιάσετε εξωτερικά του τριγώνου ΑΒΓ δύο τετράπλευρα: ένα τετράγωνο με πλευρά την ΒΓ και ένα ορθογώνιο που η μία του πλευρά είναι η πλευρά ΑΓ του τριγώνου ΑΒΓ και η άλλη του πλευρά είναι ευθύγραμμο τμήμα ίσο με το ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ. Να εξετάσετε αν τα δυο τετράπλευρα, που σχεδιάσατε, έχουν ίσα εμβαδά.

24. ΘΕΜΑ_4_21124

α) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές $\alpha=40$, $\beta=25$, $\gamma=25$ και αντίστοιχα ύψη υ_α, υ_β, υ_γ.

Να αποδείξετε ότι:

i. το τρίγωνο ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο ,

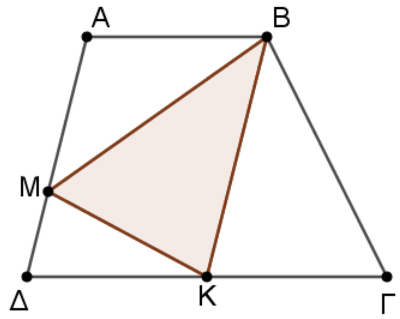
ii. το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι $\text{Ε}=300$ και τα ύψη του είναι $\upsilon_\alpha=15$ και $\upsilon_\beta=\upsilon_\gamma=24$,

iii. το τρίγωνο που κατασκευάζεται με πλευρές ίσες με τα ύψη υ_α, υ_β, υ_γ είναι οξυγώνιο.

β) Θεωρήστε τον ισχυρισμό: «Το τρίγωνο που κατασκευάζεται με πλευρές ίσες με τα ύψη οποιουδήποτε ισοσκελούς και αμβλυγωνίου τριγώνου, είναι ισοσκελές και οξυγώνιο.» Είναι αληθής ή ψευδής ο παραπάνω ισχυρισμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

25. ΘΕΜΑ_4_18173

Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με $AB//\Gamma\Delta$ και $\Gamma\Delta = 2AB$. Δίνεται επίσης ότι το σημείο Κ είναι μέσο της ΓΔ και Μ τυχαίο σημείο στην ΑΔ.



α) Να αποδείξετε ότι:

i. $(B K \Gamma)=\frac{1}{2}(A B K \Delta)$,

ii. $(BMK)=(BK\Gamma)$.

β) Δίνεται η πρόταση: «Αν το σημείο Μ κινείται πάνω στο εσωτερικό της ΑΔ, τότε ο λόγος των εμβαδών $(AB\Gamma\Delta)$ και (MBK) παραμένει σταθερός και ίσος με 3». Να διερευνήσετε την ορθότητα της πρότασης αιτιολογώντας την απάντησή σας.

26. ΘΕΜΑ_4_16807

Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ με διαστάσεις $AB = 24$, $B\Gamma = 12$ και σημείο Ε στην ευθεία ΑΒ.

α) Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδό του τριγώνου ΓΕΔ όταν :

i. το σημείο Ε είναι το μέσο της πλευράς ΑΒ,

ii. το σημείο Ε ταυτιστεί με την κορυφή Α του ορθογωνίου.

β) Αφήνουμε το σημείο Ε να κινηθεί στην προέκταση του τμήματος ΑΒ προς το Β, απομακρυνόμενο από το σημείο Β.

i. Να εξετάσετε αν η περίμετρος του τριγώνου ΓΕΔ αυξάνεται ή μειώνεται.

ii. Για το εμβαδό του τριγώνου ΓΕΔ συμβαίνει η ίδια μεταβολή με αυτή που απαντήσατε για την περίμετρο του τριγώνου ΓΕΔ στο ερώτημα **β)i.;** Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

27. ΘΕΜΑ_4_18566

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^o$. Με πλευρά την υποτείνουσα ΒΓ και έξω από το τρίγωνο, γράφουμε το τετράγωνο ΒΓΔΕ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΑ προς το Α και παίρνουμε σημείο Ζ τέτοιο ώστε $BZ = B\Gamma$. Από τα σημεία Γ και Ζ φέρουμε παράλληλες προς τα τμήματα ΒΖ και ΒΓ αντίστοιχα, που τέμνονται στο σημείο Η.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί το τετράπλευρο ΒΓΗΖ είναι ρόμβος και να βρείτε τις περιμέτρους του ρόμβου και του τετραγώνου.

β) Δίνονται οι ισχυρισμοί:

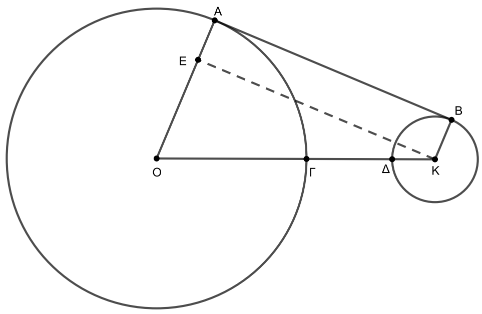
Ισχυρισμός 1: «Ο ρόμβος και το τετράγωνο αφού έχουν ίσες περιμέτρους, θα έχουν και ίσα εμβαδά».

Ισχυρισμός 2: «Ο ρόμβος έχει μικρότερο εμβαδό από το τετράγωνο και μάλιστα, όπως έχουν κατασκευαστεί τα δύο τετράπλευρα δεν γίνεται να είναι ποτέ ισεμβαδικά».

Εξετάστε ποιος από τους 2 παραπάνω ισχυρισμούς είναι σωστός και να δικαιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας.

28. ΘΕΜΑ_4_18565

Δίνονται δύο κύκλοι με κέντρα Ο και Κ. Ο κύκλος με κέντρο Ο έχει ακτίνα $R=7$ ενώ ο κύκλος με κέντρο Κ έχει ακτίνα $\rho=2$. Το τμήμα ΑΒ είναι το κοινό εξωτερικό εφαπτόμενο τμήμα των δύο κύκλων και το τμήμα ΚΕ είναι παράλληλο στο τμήμα ΑΒ με Ε σημείο του τμήματος ΟΑ. Η διάκεντρος ΟΚ τέμνει τον κύκλο (O,R) στο σημείο Γ και τον κύκλο (K,ρ) στο σημείο Δ.



α) Αν η θέση των δύο κύκλων είναι τέτοια ώστε, η απόσταση των σημείων Γ και Δ είναι $\Gamma\Delta=4$, τότε:

i. να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΑΒ ,

ii. να βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΒΚΟ .

β) Ποια πρέπει να είναι η σχετική θέση των 2 κύκλων, ώστε το εμβαδόν του ΑΒΚΕ να ισούται με $4\sqrt{14}$ τ.μ.;

29. ΘΕΜΑ_4_18557

Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με βάσεις ΑΒ και ΓΔ, ώστε $AB>\Gamma\Delta$. Από τις κορυφές Γ κα Δ φέρουμε $\Gamma E//A\Delta$ και $\Delta Z//\Gamma B$, με Ε και Ζ σημεία στην πλευρά ΑΒ του τραπεζίου.

α) Να συγκρίνετε τα εμβαδά των τετραπλεύρων ΑΔΓΕ και ΒΓΔΖ .

β) Να εκφράσετε τις περιμέτρους των τετραπλεύρων ΑΔΓΕ και ΒΓΔΖ ως συνάρτηση των πλευρών του τραπεζίου ΑΒΓΔ.

γ) Πώς θα πρέπει να κατασκευάσουμε το τραπέζιο ΑΒΓΔ ώστε τα τετράπλευρα ΑΔΓΕ και ΒΓΔΖ να έχουν ίσες περιμέτρους και ίσα εμβαδά;

30. ΘΕΜΑ_4_18553

Δίνεται τετράγωνο με πλευρά α και σημείο Σ στην προέκταση της πλευράς ΑΒ προς το Β τέτοιο ώστε $BZ=AB$.

α) Να υπολογίσετε ως συνάρτηση του α:

i. το εμβαδό του τριγώνου ΣΔΓ.

ii. το μήκος της πλευράς ΣΓ του τριγώνου ΣΔΓ.

β) Θεωρούμε τυχαίο σημείο Σ' στην προέκταση της πλευράς ΑΒ προς το Β τέτοιο ώστε $B\Sigma'>B\Sigma$.

Να συγκρίνετε αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας:

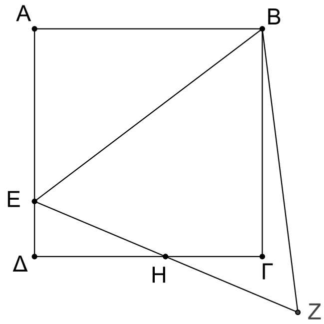
i. το εμβαδό του τριγώνου $\Sigma'\Delta\Gamma$ με το εμβαδό του τριγώνου ΣΔΓ.

ii. το μήκος της πλευράς $Σ'Γ$ με το μήκος της πλευράς $ΣΓ$ των τριγώνων $Σ'ΔΓ$ και $ΣΔΓ$ αντίστοιχα.

iii. τις αποστάσεις του σημείου $Δ$ από τις ευθείες $ΣΓ$ και $Σ'Γ$.

31. ΘΕΜΑ_4_17349

Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς 3 και σημείο Ε της πλευράς ΑΔ, ώστε $ΑΕ = 4 - \sqrt{3}$. Στο ημιεπίπεδο που ορίζουν η ευθεία ΒΕ και το σημείο Γ κατασκευάζουμε ισόπλευρο τρίγωνο ΒΕΖ. Οι ΓΔ και ΕΖ τέμνονται στο σημείο Η και $ΔΗ = \sqrt{3}$.



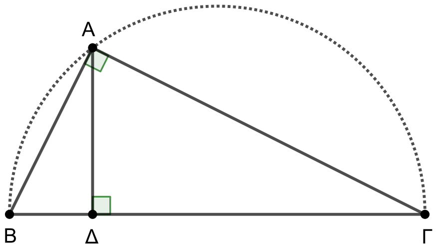
α) Να αποδείξετε ότι $ΒΕ = 2\sqrt{7 - 2\sqrt{3}}$.

β) Να αποδείξετε το Η είναι το μέσο της ΕΖ .

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που βρίσκεται στο εσωτερικό του ισόπλευρου τριγώνου ΒΕΖ και εξωτερικά του τετραγώνου ΑΒΓΔ.

32. ΘΕΜΑ_4_16135

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με υποτείνουσα $ΒΓ = 10$ και έστω ότι Δ είναι η προβολή της κορυφής Α στην ΒΓ .



α) Αν $ΔΒ = 2$ να υπολογίσετε:

i. το ύψος ΑΔ του τριγώνου ΑΒΓ ,

ii. το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ .

β) Υποθέστε ότι το σημείο Α κινείται πάνω στο ημικύκλιο με διάμετρο την ΒΓ .

i. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι $(ΑΒΓ) = 5ΑΔ$.

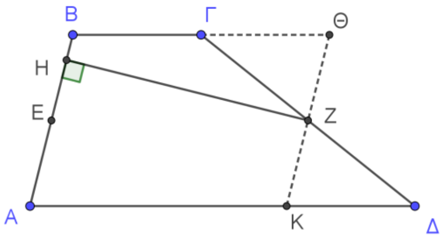
ii. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

«Για όλες τις θέσεις του Α πάνω στο ημικύκλιο με διάμετρο την ΒΓ, το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ δεν υπερβαίνει το 25».

Είναι αληθής ή ψευδής ο παραπάνω ισχυρισμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

33. ΘΕΜΑ_4_16815

Έστω τραπέζιο ΑΒΓΔ με $ΒΓ \parallel ΑΔ$. Από το μέσο Ζ της ΓΔ φέρνουμε παράλληλη προς την ΑΒ που τέμνει την ΑΔ στο Κ και την προέκταση της ΒΓ στο Θ. Επίσης φέρνουμε $ΖΗ \perp ΑΒ$.



α) Να δείξετε ότι $(ΑΒΓΔ) = (ΑΒΘΚ)$.

β) Να δείξετε ότι $(ΑΒΓΔ) = ΑΒ \cdot ΗΖ$.

γ) Αν υ είναι το ύψος του τραπεζίου ΑΒΓΔ, να δείξετε ότι: $υ = \dfrac{2 \cdot ΑΒ \cdot ΗΖ}{ΑΔ + ΒΓ}$.

δ) Αν Ε είναι το μέσο του ΑΒ να δείξετε ότι $(\text{ΑΕΚ})=\frac{1}{4}(\text{ΑΒΓΔ})$.