

1. ΘΕΜΑ\_2\_20638

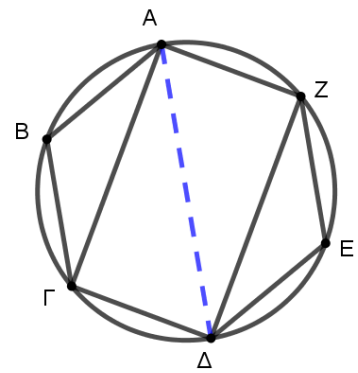
Δύο κανονικά πολύγωνα έχουν πλήθος πλευρών  $n_1$  και  $n_2$ , κεντρικές γωνίες  $\omega_1$  και  $\omega_2$  και γωνίες  $\varphi_1$  και  $\varphi_2$ , αντίστοιχα. Αν ο λόγος του  $n_1$  προς το  $n_2$  είναι ίσος με  $\frac{1}{2}$ , τότε:

- α) Να υπολογίσετε τον λόγο των αντίστοιχων κεντρικών γωνιών  $\omega_1$  και  $\omega_2$  αυτών των πολυγώνων.
- β) Αν το πλήθος των πλευρών ενός από τα δύο κανονικά πολύγωνα είναι  $n_1 = 5$ , να υπολογίσετε τον λόγο των γωνιών των τους  $\frac{\varphi_1}{\varphi_2}$ .

2. ΘΕΜΑ\_4\_21841

Έστω ΑΒΓΔΕΖ κανονικό εξάγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, R).

- α) Να αποδείξετε ότι:
  - i. η διαγώνιος ΑΔ του εξαγώνου είναι διάμετρος του κύκλου,
  - ii. οι γωνίες  $\widehat{\Gamma\hat{A}D}$  και  $\widehat{A\hat{D}Z}$  είναι ίσες,
  - iii. οι διαγώνιοι ΑΓ και ΖΔ του εξαγώνου είναι παράλληλες,
  - iv. το τετράπλευρο ΑΓΔΖ είναι ορθογώνιο και να βρείτε το εμβαδόν του συναρτήσει της ακτίνας R του κύκλου.

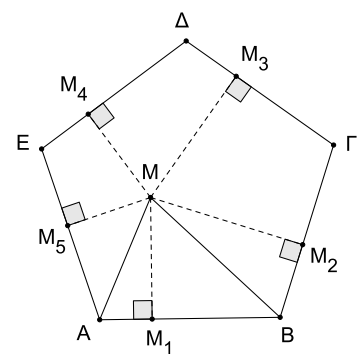


- β) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι σε κάθε κανονικό πολύγωνα με περισσότερες από πέντε πλευρές υπάρχουν τουλάχιστον δύο διαγώνιοι που να είναι παράλληλες. Συμφωνείτε με την άποψη αυτού του μαθητή; Να αιτιολογήσετε τον ισχυρισμό σας.

3. ΘΕΜΑ\_4\_22099

Δίνεται κανονικό πεντάγωνο ΑΒΓΔΕ και σημείο Μ στο εσωτερικό του. Έστω  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5$  οι προβολές του σημείου Μ στις πλευρές ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ, ΕΑ αντίστοιχα.

- α) Να αποδείξετε ότι:
  - i.  $(ABM) = \frac{1}{2} \cdot \lambda_5 \cdot MM_1$ , όπου  $\lambda_5$  είναι η πλευρά του κανονικού πενταγώνου.
  - ii.  $(ABΓΔΕ) = \frac{1}{2} \cdot \lambda_5 \cdot (MM_1 + MM_2 + MM_3 + MM_4 + MM_5)$ .
  - iii.  $MM_1 + MM_2 + MM_3 + MM_4 + MM_5 = 5\alpha_5$ , όπου  $\alpha_5$  είναι το απόστημα του κανονικού πενταγώνου.



- β) Ένας μαθητής διατύπωσε τον ισχυρισμό: «Αν Μ είναι ένα εσωτερικό σημείο ενός κανονικού ν-γώνου  $A_1A_2...A_n$  και  $M_1, M_2, \dots, M_n$  είναι οι προβολές του σημείου Μ στις πλευρές  $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_nA_1$  αντίστοιχα, τότε  $MM_1 + MM_2 + \dots + MM_n = n\alpha_n$ , όπου  $\alpha_n$  είναι το απόστημα του κανονικού ν-γώνου».

Να αποδείξετε ότι ο ισχυρισμός του μαθητή είναι σωστός.