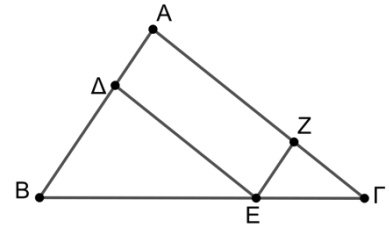


1. ΘΕΜΑ_2_14579

Δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα σημεία Δ , E και Z των πλευρών του AB , $B\Gamma$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα, ώστε η ΔE να είναι παράλληλη στην $A\Gamma$. Επίσης $AB = 3A\Delta$.

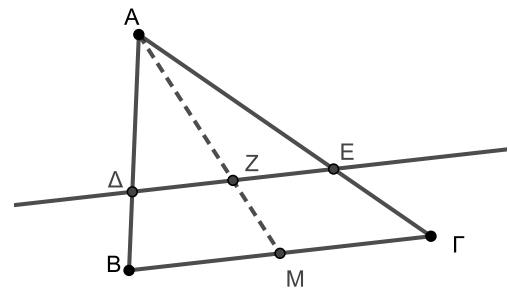


α) Να βρείτε τους λόγους $\frac{B\Delta}{A\Delta}$ και $\frac{BE}{E\Gamma}$.

β) Αν επιπλέον γνωρίζετε ότι $A\Gamma = 3,9$ και $\Gamma Z = 1,3$ να αποδείξετε ότι η ZE είναι παράλληλη της AB .

2. ΘΕΜΑ_2_14534

Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 6$ και $A\Gamma = 9$. AM είναι η διάμεσος του τριγώνου και το σημείο Z εσωτερικό στην AM ώστε να σχηματίζει λόγο $\frac{AZ}{AM} = \frac{2}{3}$. Από το σημείο Z φέρουμε ευθεία παράλληλη στην πλευρά $B\Gamma$, που τέμνει τις πλευρές AB και $A\Gamma$ στα σημεία Δ και E αντίστοιχα.

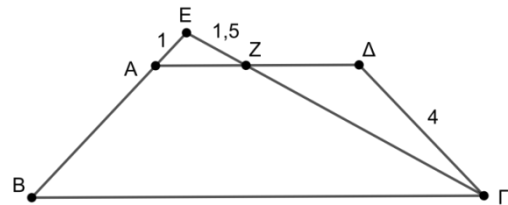


α) Να αποδείξετε ότι: $\frac{A\Delta}{AB} = \frac{2}{3}$ και $\frac{AE}{E\Gamma} = 2$.

β) Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων $A\Delta$ και $E\Gamma$.

3. ΘΕΜΑ_2_22132

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB = \Gamma\Delta = 4$ και με βάσεις $A\Delta$ και $B\Gamma$. Στην προέκταση της πλευράς BA προς το A παίρνουμε σημείο E , ώστε $EA = 1$. Το ευθύγραμμο τμήμα $E\Gamma$ τέμνει την $A\Delta$ στο σημείο Z και $EZ = 1,5$.



α) Να αποδείξετε ότι $Z\Gamma = 1,5AB$.

β) Να υπολογίσετε το μήκος του $Z\Gamma$.

γ) Αν επιπλέον $B\Gamma = 10$, να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς AZ του τριγώνου EAZ .

4. ΘΕΜΑ_2_21987

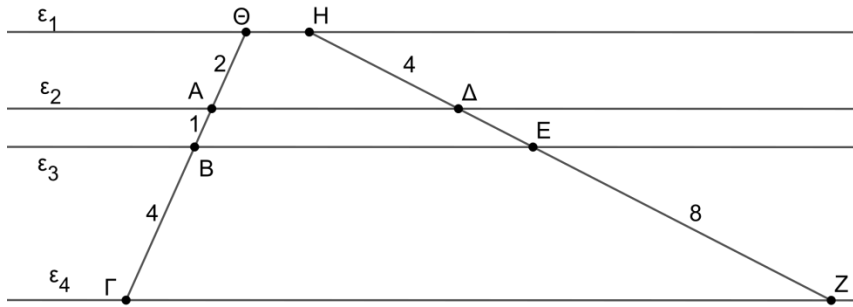
Οι ευθείες $\Gamma\Theta$ και ZH τέμνουν τις παράλληλες ευθείες ϵ_1 , ϵ_2 και ϵ_3 στα σημεία Θ , A , B και H , Δ , E αντίστοιχα και την ευθεία ϵ_4 στα σημεία Γ και Z όπως στο παρακάτω σχήμα. Επίσης δίνονται τα μήκη $\Theta A = 2$, $AB = 1$, $B\Gamma = H\Delta = 4$ και $EZ = 8$.

α) Να αποδείξετε ότι $\Delta E = 2$.

β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία ϵ_4 είναι παράλληλη στις ευθείες ϵ_1 , ϵ_2 και ϵ_3 .

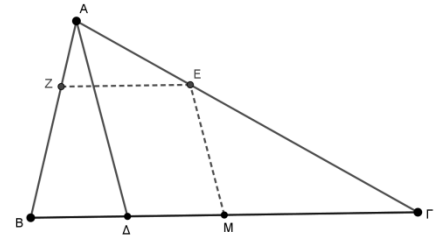
γ) Να σχεδιάσετε το ευθύγραμμο τμήμα ΘΖ το οποίο τέμνει την ευθεία ϵ_2 στο Κ και την ευθεία ϵ_4 στο Λ

και να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{\Lambda Z}{\text{ΚΛ}}$.



5. ΘΕΜΑ_2_15831

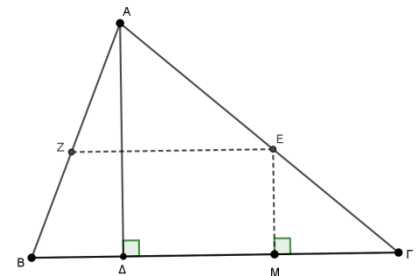
Στο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος, το Μ είναι μέσο της πλευράς ΒΓ και το Δ είναι το μέσο του ΜΒ. Από το Μ φέρνουμε παράλληλη στην ΑΔ, που τέμνει την ΑΓ στο Ε. Από το Ε φέρνουμε παράλληλη στην ΒΓ, που τέμνει την ΑΒ στο Ζ. Να αποδείξετε ότι:



- α) $\frac{EA}{EG} = \frac{1}{2}$, β) $\frac{ZA}{ZB} = \frac{1}{2}$.

6. ΘΕΜΑ_2_15830

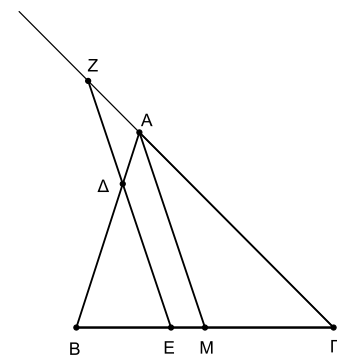
Στο τρίγωνο ΑΒΓ σχήματος, το ΑΔ είναι ύψος του τριγώνου. Η κάθετος στην πλευρά ΒΓ σε ένα άλλο σημείο της Μ τέμνει την ΑΓ στο Ε. Από το Ε φέρνουμε παράλληλη στην ΒΓ, που τέμνει την ΑΒ στο Ζ. Να αποδείξετε ότι:



- α) $\frac{ZA}{ZB} = \frac{EA}{EG}$ β) $\frac{ZA}{ZB} = \frac{MA}{MG}$

7. ΘΕΜΑ_4_14499

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Θεωρούμε ΑΜ τη διάμεσό του και Ε τυχαίο σημείο του τμήματος ΒΜ. Από το Ε φέρουμε ευθεία παράλληλη στην ΑΜ που τέμνει την πλευρά ΑΒ στο Δ και την προέκταση της ΓΑ στο Ζ.



α) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας:

- i. $\frac{\Delta E}{\dots} = \frac{\dots}{BM} = \frac{B\Delta}{\dots}$, ii. $\frac{\dots}{AM} = \frac{GE}{\dots} = \frac{\dots}{GA}$.

β) Να αποδείξετε ότι $\Delta E + EZ = 2AM$ για οποιαδήποτε θέση του Ε στο ΒΜ.