

1. ΘΕΜΑ_2_14537

Δίνονται δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ για τα οποία γνωρίζουμε ότι:

$$\hat{A} = 48^\circ, \hat{B} = 53^\circ, \hat{E} = 79^\circ \text{ και } \hat{Z} = 48^\circ$$

- α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι όμοια.
 β) i. Ποιες είναι οι ομόλογες πλευρές των δύο τριγώνων;
 ii. Να γράψετε την ισότητα των λόγων των ομόλογων πλευρών των δυο τριγώνων.

2. ΘΕΜΑ_2_14535

Δίνονται δύο τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ για τα οποία γνωρίζουμε ότι:

$$AB = 9, A\Gamma = 15 \text{ και } \hat{A} = 48^\circ, Z\Delta = 12, ZE = 20, \hat{Z} = 48^\circ$$

- α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι όμοια.
 β) i. Να γράψετε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των δυο τριγώνων.
 ii. Να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους.

3. ΘΕΜΑ_2_14536

Για δύο ισοσκελή τρίγωνα $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και $E\Delta Z$ ($E\Delta = EZ$) γνωρίζουμε ότι:

$$\hat{A} = 48^\circ, \hat{Z} = 66^\circ \text{ και } AB = 3 \cdot E\Delta$$

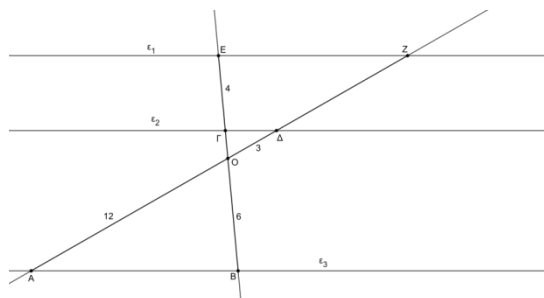
- α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $E\Delta Z$ είναι όμοια.
 β) i. Να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα των δυο τριγώνων
 ii. Να βρείτε το λόγο των βάσεων των δυο τριγώνων.

4. ΘΕΜΑ_2_16086

Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ϵ_1, ϵ_2 και ϵ_3 είναι παράλληλες.

Δίνονται ότι $GE = 4, O\Delta = 3, OA = 12, OB = 6$.

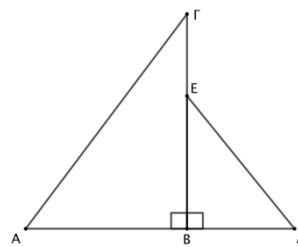
- α) Να υπολογίσετε τα τμήματα $O\Gamma$ και ΔZ .
 β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα OEZ και OBA είναι όμοια.
 γ) Αν $O\Gamma = 1.5$ και $\Delta Z = 8$, να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{EZ}{AB}$.



5. ΘΕΜΑ_2_16099

Στο σχήμα δίνονται ότι $\hat{A} = \hat{\Delta}$, $ΑΓ = 36$, $ΒΔ = 16$ και $ΕΔ = 24$.

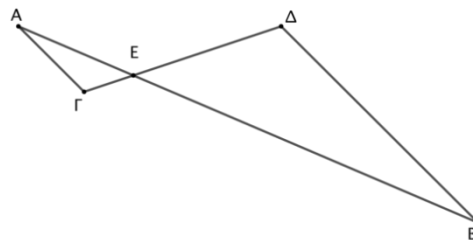
- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΒΓ$ και $ΔΒΕ$ είναι όμοια.
β) Να υπολογίσετε την πλευρά $ΑΒ$.



6. ΘΕΜΑ_2_16100

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται ότι $ΑΕ = 5$, $ΑΓ = 4$, $ΕΓ = 2$, $ΔΕ = 6$, $ΒΕ = 15$ και $ΒΔ = 12$.

- α) Να υπολογίσετε τους λόγους $\frac{ΒΔ}{ΑΓ}$, $\frac{ΔΕ}{ΕΓ}$, $\frac{ΒΕ}{ΑΕ}$.
β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΕΓ$ και $ΒΕΔ$ είναι όμοια.
γ) Να συμπληρώσετε τις ακόλουθες ισότητες οι οποίες προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων $ΑΕΓ$ και $ΒΕΔ$ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

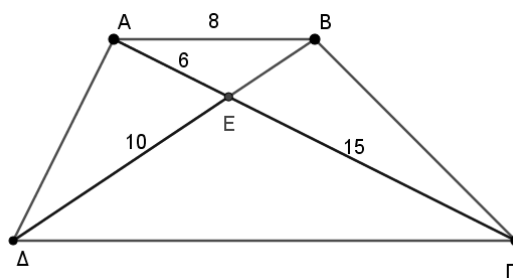


$$\hat{A} = \dots, \hat{\Gamma} = \dots, \hat{A\hat{E}\hat{\Gamma}} = \dots$$

7. ΘΕΜΑ_2_16113

Δίνεται το τραπέζιο $ΑΒΓΔ$ με $ΑΒ \parallel ΔΓ$, $Ε$ σημείο τομής των διαγώνιων, $ΑΕ = 6$, $ΑΒ = 8$, $ΓΕ = 15$ και $ΔΕ = 10$.

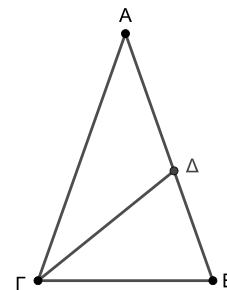
- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΕΒ$ και $ΓΕΔ$ είναι όμοια.
β) Να γράψετε την αναλογία των ομόλογων πλευρών τους.
γ) Να υπολογίσετε τα τμήματα $ΒΕ$ και $ΓΔ$.



8. ΘΕΜΑ_2_16126

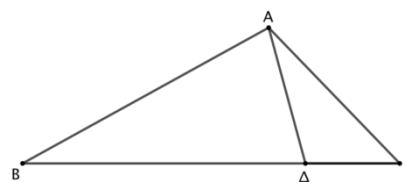
Στο σχήμα το τρίγωνο $ΑΒΓ$ είναι ισοσκελές με $ΑΒ = ΑΓ = 36$ και $ΒΓ = 24$. Το σημείο $Δ$ της πλευράς $ΑΒ$ είναι τέτοιο ώστε $ΒΔ = 16$.

- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΒΓ$ και $ΓΒΔ$ είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\frac{3}{2}$.
β) Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος $ΓΔ$.



9. ΘΕΜΑ_2_16755

Θεωρούμε τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $ΒΓ = 2ΑΓ$ και σημείο $Δ$ στην πλευρά $ΒΓ$ τέτοιο ώστε $ΑΓ = 2ΓΔ$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



α) Να υπολογίσετε τους λόγους $\frac{ΒΓ}{ΑΓ}$ και $\frac{ΑΓ}{ΓΔ}$.

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΒΓ$ και $ΔΑΓ$ είναι όμοια.

γ) Να συμπληρώσετε τις ακόλουθες ισότητες οι οποίες προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων $ΑΒΓ$ και $ΔΑΓ$ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

$$Β\hat{A}Γ = \dots, \hat{B} = \dots$$

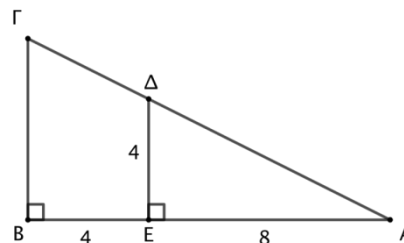
10. ΘΕΜΑ_2_21350

Στο σχήμα δίνονται ότι $\hat{B} = \hat{E} = 90^\circ$, $ΑΕ = 8$, $ΕΒ = 4$ και $ΔΕ = 4$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΕΔ$ και $ΑΒΓ$ είναι όμοια.

β) Να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων $ΑΕΔ$ και $ΑΒΓ$.

γ) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $ΒΓ$.



11. ΘΕΜΑ_2_21986

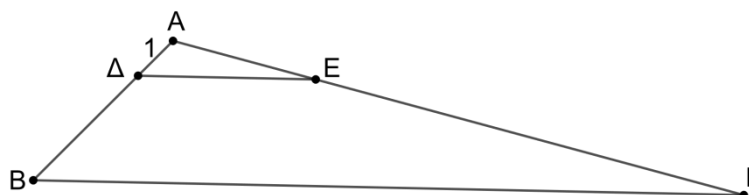
Στις πλευρές $ΑΒ$ και $ΑΓ$ τριγώνου $ΑΒΓ$ παίρνουμε σημεία $Δ$ και $Ε$ αντίστοιχα ώστε η $ΔΕ$ να είναι παράλληλη στην $ΒΓ$ και $ΑΔ = 1$, όπως στο σχήμα.

α) Να αποδείξετε ότι $ΑΕ \cdot ΒΔ = ΓΕ$.

β) Αν επιπλέον $ΒΔ = ΑΕ$ και $ΓΕ = 9$:

i. Να αποδείξετε ότι $ΒΔ = 3$ και $ΑΒ = 4$.

ii. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΔΕ$ και $ΑΒΓ$ είναι όμοια και να υπολογίσετε το λόγο ομοιότητάς τους.



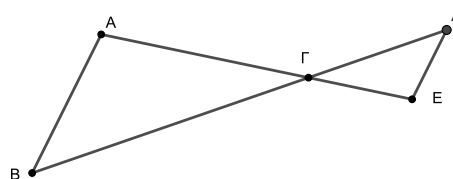
12. ΘΕΜΑ_2_14538

Στο σχήμα τα τμήματα $ΑΒ$ και $ΔΕ$ είναι παράλληλα και τα τμήματα $ΑΓ$ και $ΓΕ$ είναι τέτοια, ώστε $ΑΓ = 2ΓΕ$.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $ΑΒΓ$ και $ΕΔΓ$ είναι όμοια.

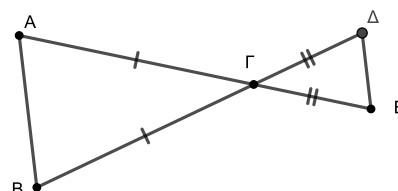
β) i. Να γράψετε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των δύο τριγώνων.

ii. Ποιος είναι ο λόγος ομοιότητας των δύο τριγώνων;



13. ΘΕΜΑ_2_14546

Στο παρακάτω σχήμα τα ευθύγραμμα τμήματα $ΑΕ$ και $ΒΔ$ τέμνονται στο $Γ$, τα τρίγωνα $ΓΑΒ$ και $ΓΔΕ$ που σχηματίζονται



είναι ισοσκελή και οι βάσεις τους AB και ΔE είναι τέτοιες, ώστε $AB = 2 \cdot \Delta E$.

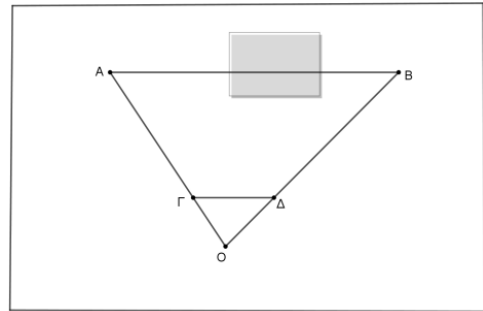
α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΓAB και $\Gamma \Delta E$ είναι όμοια.

β) i. Να γράψετε την ισότητα των λόγων που προκύπτει από την ομοιότητα των τριγώνων του ερωτήματος **α).**

ii. Ποια σχέση συνδέει τις πλευρές $A\Gamma$ και ΓE των δύο τριγώνων;

14. ΘΕΜΑ_4_22565

Οι μαθητές θέλοντας να μετρήσουν την απόσταση των σημείων A και B στην αυλή του σχολείου τους μεταξύ των οποίων παρεμβάλλεται ένα κτίσμα και η απευθείας μέτρηση του μήκους AB είναι αδύνατη, εργάστηκαν ως εξής. Στην αυλή τους επέλεξαν σημείο O ώστε η μέτρηση των τμημάτων OA και OB να είναι εφικτή, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Μέτρησαν και βρήκαν $OA = 20$ m και $OB = 30$ m .



Στις OA και OB πήραν σημεία Γ και Δ αντίστοιχα τέτοια ώστε $O\Gamma = 2$ m και $O\Delta = 3$ m .

α) Να αποδείξετε ότι:

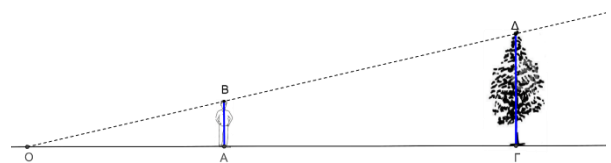
i. η $\Gamma\Delta$ είναι παράλληλη με την AB ,

ii. τα τρίγωνα $O\Gamma\Delta$ και OAB είναι όμοια.

β) Ένας από τους μαθητές υποστηρίζει ότι μπορούν να υπολογίσουν την απόσταση των σημείων A και B αν γνωρίζουν την απόσταση των δύο σημείων Γ και Δ . Είναι ο ισχυρισμός του μαθητή αληθής; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

15. ΘΕΜΑ_4_22102

Για να βρει το ύψος ενός δέντρου, ένας μαθητής ύψους 1,60 m σκέφτηκε να μετρήσει το μήκος της σκιάς του δέντρου και το μήκος της δικιάς του σκιάς πάνω στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο κάποια χρονική στιγμή μιας ηλιόλουστης ημέρας. Στέκεται σε θέση έτσι ώστε, η άκρη της σκιάς του να συμπίπτει με την άκρη της σκιάς του δέντρου. Ο μαθητής μετράει και βρίσκει ότι η σκιά του έχει μήκος 2m και η σκιά του δέντρου ότι έχει μήκος 5m.



Στο σχέδιο, τα τμήματα OA και OG , με κοινό άκρο O , αναπαριστούν τα μήκη των σκιών του μαθητή και του δέντρου αντίστοιχα και έχουν τον ίδιο φορέα OG , τα δε τμήματα AB και $\Gamma\Delta$ αναπαριστούν τα αντίστοιχα ύψη μαθητή και δέντρου και θεωρούνται κάθετα στην OG . (Σημειώνεται ότι τα σχέδια δεν έχουν γίνει υπό κλίμακα).

α) i. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα AOB και $GO\Delta$ είναι όμοια και να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους.

ii. Να βρείτε το ύψος του δέντρου.

β) Μπορεί ο μαθητής να χρησιμοποιήσει την ίδια μέθοδο για να μετρήσει το ύψος του ίδιου δέντρου μια άλλη ώρα της ημέρας; Ποια από τα αρχικά δεδομένα του προβλήματος θα άλλαζαν στην περίπτωση αυτή; Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.