

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1ο

- A. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$.
- B. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε οι ταυτότητες να εκφράζουν αξιοσημείωτες ταυτότητες:
- α) $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$
- β) $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$
- Γ. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις με **Σ** αν είναι σωστή ή με **Λ** αν είναι λανθασμένη.
- Η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$:
1. έχει διακρίνουσα την $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$.
 2. έχει δύο ρίζες $x_{1,2} = \frac{\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$ όταν $\Delta > 0$.
 3. έχει μία διπλή ρίζα $x = -\frac{\beta}{2\alpha}$ όταν $\Delta = 0$.

ΘΕΜΑ 2ο

- A. Αν $M(x, y)$ ένα σημείο του επιπέδου, ρ η απόστασή του από την αρχή των αξόνων $O(0, 0)$ και ω η γωνία που σχηματίζει ο άξονας $x'x$ με το ρ , να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:
- $\eta\mu\omega = \dots\dots\dots$ $\sigma\upsilon\nu\omega = \dots\dots\dots$ $\epsilon\phi\omega = \dots\dots\dots$
- B. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία ω ισχύει: $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$.
- Γ. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις με **Σ** αν είναι σωστή ή με **Λ** αν είναι λανθασμένη.
1. Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν τις τρεις πλευρές τους ίσες μία προς μία.
 2. Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν τις τρεις γωνίες τους ίσες μία προς μία.
 3. Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν δύο γωνίες τους και δύο πλευρές τους είναι ίσες μία προς μία.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

- A. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(3x - 2)^2 - (2x - 3)^2 = 5(x + 1)(x - 1)$.

β) Να λύσετε την εξίσωση: $(3x-2)^2 - (2x-3)^2 = 0$.

Β. Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = -x^3 + x^2 + 4$ και $Q(x) = (3x+2)(x-2)$.

α) Να γράψετε το πολυώνυμο $T(x) = P(x) - Q(x)$ σε φθίνουσα σειρά.

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση $\frac{T(x)}{x^2 + 4x + 4}$.

ΘΕΜΑ 2ο

Α. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{4y-5}{7} + \frac{3(x+y)-1}{14} = \frac{y+1}{2} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = \frac{5x-4}{3} \end{cases}$$
.

Β. Οι ευθείες $(\varepsilon_1): 2x + y = 3$, $(\varepsilon_2): 2x + 3y = 5$ και $(\varepsilon_3): x - ky = 2(k-1)^2$ διέρχονται από το ίδιο σημείο.

α) Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών.

β) Να βρείτε την τιμή του ακέραιου αριθμού k .

ΘΕΜΑ 3ο

Αν $\sin \omega = -\frac{4}{5}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$ τότε:

Α. Να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

Β. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της παραπληρωματικής της γωνίας ω .

Γ. Να αποδείξετε ότι: $2\eta\mu\omega + \sin(180^\circ - \omega) - 2\varepsilon\varphi(180^\circ - \omega) = \frac{1}{2}$.