

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΩΡΙΑΘΕΜΑ 1ο

A. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ταυτότητες:

α) $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$

β) $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$

B. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$.

Γ. Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστή ή με Λ αν είναι λανθασμένη.

α) Ισχύει ότι $(-\alpha - \beta)(-\alpha + \beta) = \alpha^2 - \beta^2$.

β) Τα μονώνυμα $3x^3y^2$ και $-\sqrt{9}y^2x^3$ είναι αντίθετα.

γ) Το πολυώνυμο $P(x) = (x^3 - 1)(x^2 + 1)$ είναι 6ου βαθμού.

ΘΕΜΑ 2ο

A. Να αποδείξετε ότι για κάθε γωνία ω ισχύει $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.

B. Αν για μία γωνία ω ισχύει $90^\circ < \omega < 180^\circ$, ποιο είναι το πρόσημο των $\eta\mu\omega$, $\sigma\upsilon\nu\omega$ και $\epsilon\varphi\omega$;

Γ. Ποιες είναι οι σχέσεις που συνδέουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των παραπληρωματικών γωνιών;

ΑΣΚΗΣΕΙΣΘΕΜΑ 1ο

A. Να δείξετε ότι $(2x - 1)^2 - 3(x + 3)(x - 3) = (x - 2)^2$.

B. α) Να κάνετε γινόμενα παραγόντων τις παρακάτω παραστάσεις:

$$A = 9x^2 - 12x + 4,$$

$$B = 9x^3 - 4x,$$

$$\Gamma = \alpha^2 - \alpha - 2\alpha\beta + \beta^2 + \beta$$

Γ. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις: $\frac{B}{A}$ και $\frac{\Gamma}{\alpha^2\beta - \alpha\beta^2}$.

ΘΕΜΑ 2ο

Α. Να λυθεί το σύστημα:
$$\begin{cases} 3\alpha - 3 + 2\beta = \alpha + 3 \\ 3\alpha + 2(2\beta - 1) = 3\beta + 5 \end{cases}$$

Β. α) Για τις τιμές των α και β που βρήκατε, να λύσετε την εξίσωση: $5x^2 + 13\beta x + 3\alpha = 0$.

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση $\frac{5x^2 + 13\beta x + 3\alpha}{x^2 + 2\alpha}$.

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται ένα ισοσκελές τρίγωνο με βάση ΒΓ και ΑΔ η διχοτόμος του. Αν Κ είναι ένα σημείο της ΑΔ, να δείξετε ότι:

Α. Τα τρίγωνα ΑΒΚ και ΑΓΚ είναι ίσα.

Β. Το τρίγωνο ΒΓΚ είναι ισοσκελές.

Γ. Στην προέκταση της διχοτόμου ΑΔ, προς το Δ, θεωρούμε σημείο Ε. Να δείξετε ότι $EB = EG$.