

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1ο

- A.** Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$.
- B.** Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ταυτότητες:
- α)** $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$
- β)** $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$
- γ)** $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις με **Σ** αν είναι σωστή ή με **Λ** αν είναι λανθασμένη.
- α)** Ισχύει ότι $\frac{-4\alpha^2\beta^3}{2\alpha^5\beta} = \frac{-2\beta^2}{\alpha^3}$.
- β)** Το ΕΚΠ των παραστάσεων $4\alpha^2\beta^3$ και $2\alpha^5\beta$ είναι το $8\alpha^5\beta^3$.
- γ)** Ο ΜΚΔ των παραστάσεων $4\alpha^2\beta^3$ και $2\alpha^5\beta$ είναι το $2\alpha^2\beta$.

ΘΕΜΑ 2ο

- A.** Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία ω ισχύει $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$, όπου ω τυχαία γωνία.
- B.** Να εξετάσετε αν υπάρχει γωνία ω , ώστε να ισχύει $\eta\mu\omega = 1$ και $\sigma\upsilon\nu\omega = 1$.
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις με **Σ** αν είναι σωστή ή με **Λ** αν είναι λανθασμένη.
- α)** Δύο τρίγωνα που έχουν όλες τους τις γωνίες ίσες μία προς μία είναι ίσα.
- β)** Δύο τρίγωνα που έχουν δύο γωνίες τους ίσες μία προς μία είναι όμοια.
- γ)** Δύο τρίγωνα που έχουν όλες τους τις πλευρές ίσες μία προς μία είναι ίσα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

- A.** Να λύσετε την εξίσωση: $x^2(x - 5) = 5 - x$.
- B.** Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{x^2 + 1}{2} - 2(x + 1)(x - 1) = (2x - 1)^2$.

Γ. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = -x^3 - (2-x)(3x+1)$. Να απλοποιήσετε την παράσταση $\frac{P(x) - P(-1)}{x^2 - 6x - 7}$.

ΘΕΜΑ 2ο

Α. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ταυτότητες:

α) $(4\alpha^3 - \dots)^2 = \dots - \dots + 25\beta^2$

β) $(\dots + \dots)(\dots - 3\lambda^3) = \frac{\kappa^4}{4\mu^2} - \dots$

γ) $(\dots - 2x^2)^3 = \dots - 54x^2 + \dots - \dots$

Β. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{y-x}{2} + \frac{y}{4} = \frac{5y-x}{6} - 1 \\ 4 - [x - (1-2y)] = 1 - 3x \end{cases}$$

Γ. Αν (α, β) είναι η λύση του συστήματος του ερωτήματος Β, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο (α, β) και από την αρχή των αξόνων.

ΘΕΜΑ 3ο

Α. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία θ ισχύει: $(\eta\mu\theta - \sigma\upsilon\nu\theta)^2 + (\eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta)^2 = 2$.

Β. Αν η γωνία θ είναι αμβλεία και ισχύει ότι $\eta\mu\theta = \frac{3}{4}$, να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\sigma\upsilon\nu\theta$ και $\epsilon\varphi\theta$.

Γ. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων

$$A = \frac{\eta\mu^2\theta - \sigma\upsilon\nu^2\theta}{\epsilon\varphi^2\theta} \quad \text{και} \quad B = \epsilon\varphi(180^\circ - \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) + \eta\mu(180^\circ - \omega).$$