

ΘΕΜΑ 1ο

Δίνονται 5 παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής X :

$$16, 14, 22, 18, 20 + \alpha, \text{ όπου } \alpha \in \mathbb{R}$$

Αν ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) των παρατηρήσεων αυτών είναι 20% και η τυπική απόκλισή τους (s) είναι 4, τότε:

- Να δείξετε ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι $\bar{x} = 20$.
- Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού α .
- Για την τιμή του α που υπολογίσατε στο ερώτημα β , να βρείτε τη διάμεσο του δείγματος.
- Είναι το δείγμα ομοιογενές ή όχι και γιατί.

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = 4x^3 - 12x + 2006$, $x \in \mathbb{R}$.

- Να βρεθεί η παράγουσα της f .
- Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της f για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- Να εξεταστεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

ΘΕΜΑ 3ο

Έστω α, β πραγματικοί αριθμοί και η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \cdot \alpha & , x > 2 \\ 4 & , x = 2 \\ \alpha x + \beta & , x < 2 \end{cases}$.

- Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$.
- Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$.
- Να υπολογίσετε τα α, β ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0 = 2$.
- Για τις τιμές των α και β που βρήκατε στο ερώτημα γ , να υπολογίσετε την τιμές $f(0)$ και $f(3)$.

ΘΕΜΑ 4ο

Μια βιοτεχνία, μεταξύ άλλων, κατασκευάζει κεραμικά πλακίδια σε σχήμα τριγώνου. Σε κάθε πλακίδιο το άθροισμα της βάσης x και του ύψους που αντιστοιχεί στη βάση αυτή είναι σταθερό και ισούται με 50 cm .

- α) Να δείξετε ότι το εμβαδόν E της επιφάνειας κάθε τριγωνικού πλακιδίου δίνεται συναρτήσει του x από τον τύπο $E(x) = \frac{1}{2}x(50 - x)$, $0 < x < 50$.
- β) Για ποια τιμή του x το εμβαδόν $E(x)$ γίνεται μέγιστο;
- γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του $E(x)$.