

ΘΕΜΑ 1ο

Ο επόμενος πίνακας παρουσιάζει τα χρόνια υπηρεσίας ενός δείγματος εργαζομένων σε μια εταιρεία.

Χρόνια υπηρεσίας x	[0–10)	[10–20)	[20–30)	[30–40)
Εργαζόμενοι v_i	10	α	20	5

- α) Αν ο μέσος χρόνος υπηρεσίας των εργαζομένων του δείγματος είναι $\bar{x}=19$ χρόνια, να αποδείξετε ότι $\alpha=15$.
- β) Για $\alpha=15$ να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων (v_i), αθροιστικών συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων ($f_i\%$).
- γ) Να υπολογίσετε το πλήθος των εργαζομένων του δείγματος που έχουν λιγότερα από 30 χρόνια υπηρεσίας.
- δ) Να υπολογίσετε το ποσοστό (%) των εργαζομένων του δείγματος που έχουν τουλάχιστον 20 χρόνια υπηρεσίας.

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = \begin{cases} x^2 + \lambda x - 3 & , x \leq 1 \\ 2x - \lambda & , x > 1 \end{cases}$ όπου λ πραγματικός αριθμός.

- α) Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.
- β) Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.
- γ) Να υπολογίσετε την τιμή του λ για την οποία η f είναι συνεχής στο $x_0 = 1$.
- δ) Να εξετάσετε αν για $\lambda = 2$, η f είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 1$.

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f'(x) = 2x - 6$.

- α) Αν $f(0) = 5$, να υπολογίσετε τον τύπο της αρχικής (παράγουσας) συνάρτησης της f .
- β) Να εξετάσετε τη συνάρτηση f που βρήκατε στο ερώτημα α :
- (i) ως προς τη μονοτονία
- (ii) ως προς τα ακρότατα
- γ) Να υπολογίσετε τα: $f''(2)$ και $f''(-3)$.

ΘΕΜΑ 4ο

Ένα σώμα αφήνεται να πέσει από την κορυφή ενός κτιρίου ύψους 45 m , τη χρονική στιγμή $t=0 \text{ sec}$. Αν θεωρήσουμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα, το διάστημα που διανύει το σώμα μετά από $t \text{ sec}$ πτώσης δίνεται από τη συνάρτηση: $S(t) = 5t^2$ (μέτρα m).

- α) Να υπολογίσετε το διάστημα που θα διανύσει το σώμα σε χρόνο $t = 2 \text{ sec}$.
- β) Να αποδείξετε ότι ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα για να φτάσει στο έδαφος, είναι $t = 3 \text{ sec}$.
- γ) Να υπολογίσετε:
- (i) τον τύπο της ταχύτητας $v(t)$ του σώματος κάθε χρονική στιγμή t .
- (ii) την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή της πρόσκρουσης στο έδαφος.