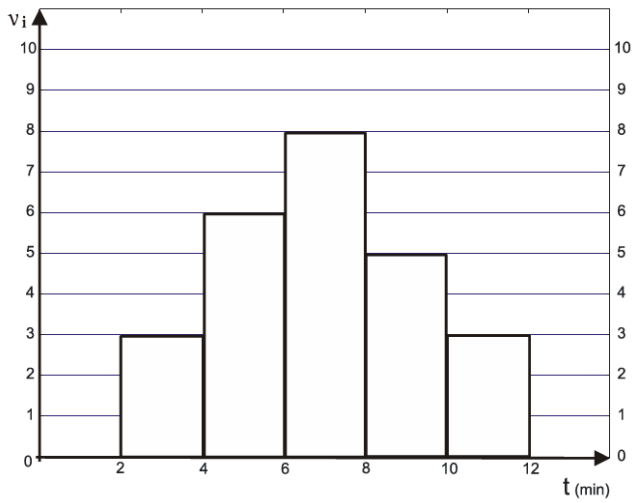
Θέμα 1ο

Οι χρόνοι καθυστερήσεων που παρατηρήθηκαν σε 25 δρομολόγια ενός οργανισμού σιδηροδρόμων δίνονται από το παρακάτω ιστόγραμμα συχνοτήτων:



α. Να μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε με τη βοήθεια του παραπάνω ιστογράμματος συχνοτήτων.

Διάστημα	**Συχνότητα** ν_i	**Μέσο διαστήματος** K_i	$\nu_i \cdot K_i$	**Σχετική συχνότητα** $f_i\,\%$	**Σχετική αθροιστική συχνότητα %**
$[2,4)$					
$[4,8)$					
$[6,8)$					
$[8,10)$					
$[10,12)$					
Αθροίσματα					

β. Να βρείτε το μέσο χρόνο καθυστερήσεων των δρομολογίων.

γ. Πόσα δρομολόγια είχαν καθυστέρηση τουλάχιστον 6 λεπτά;

δ. Ποιο είναι το ποσοστό των δρομολογίων που είχαν καθυστέρηση λιγότερο από 8 λεπτά;

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση f με: $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3-4x^2+3x}{x^2-x} & , \quad x<0 \\ -3+\beta & , \quad x=0 \\ e^x-\alpha & , \quad x>0 \end{cases}$ όπου $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$.

α. Να βρείτε το $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$.

β. Να βρείτε το $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$.

γ. Να βρείτε την τιμή του α, ώστε να υπάρχει το $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

δ. Για την τιμή του $\alpha=4$ να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό β, ώστε η f να είναι συνεχής στο $x=0$.

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ με $f(x)=x^2+kx+\lambda$, $k,\lambda\in\mathbb{R}$.

Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x_0=1$ και το σημείο $A(1,0)$ ανήκει στη γραφική της παράσταση,

α. να δείξετε ότι $k=-2$ και $\lambda=1$.

β. να υπολογίσετε τη δεύτερη παράγωγο f'' της f.

γ. να δείξετε ότι για κάθε $x\in\mathbb{R}$ ισχύει: $f(x)+f'(x)+f''(x)>0$.

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x)=10\ln x-5x^2$, $x>0$.

α. Να βρείτε την παράγωγο f' της f.

β. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

γ. Για ποια τιμή του x η f παρουσιάζει ακρότατο.

Να προσδιορίσετε το είδος του ακροτάτου και να το υπολογίσετε.

δ. Να δείξετε ότι $f(x)\le -5$, για κάθε $x>0$.