

**ΘΕΜΑ 1ο**

Εξετάσαμε ένα δείγμα πενήντα (50) μαθητών της Γ' Γυμνασίου ως προς τον αριθμό των ορθογραφικών λαθών που έκαναν σε ένα κείμενο Αρχαίων Ελληνικών. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Λάθη ( $x_i$ )	Μαθητές ( $v_i$ )	Σχετική Συχνότητα % ( $f_i\%$ )
2		2ω
5		4ω
6		3ω
8		ω
<b>Αθροίσματα</b>		

- α.** Να αποδείξετε ότι  $\omega = 10$ .
- β.** Για  $\omega = 10$
- β1.** Να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.
- β2.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή του αριθμού των ορθογραφικών λαθών των μαθητών του δείγματος.
- β3.** Αν στο παραπάνω δείγμα προστεθούν πενήντα (50) μαθητές με μέση τιμή αριθμού ορθογραφικών λαθών έξι (6), να βρείτε τη νέα μέση τιμή του αριθμού των λαθών στο δείγμα των 100 μαθητών.

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με:  $f(x) = \begin{cases} 2e^{3-x} + x^2 + kx - 2 & , x \leq 3 \\ \frac{2x^2 - 6x}{x-3} & , x > 3 \end{cases}$  όπου  $k$  πραγματικός αριθμός.

- α.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ .
- β.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ .
- γ.** Να βρείτε την τιμή του  $k$  για την οποία η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0 = 3$ .
- δ.** Να βρείτε την τιμή  $f''(2)$ .

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ .

- α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού  $A$  της  $f$ .
- β. Να υπολογίσετε την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης  $f$ .
- γ. Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα  $(1, +\infty)$ .
- δ. Να δείξετε ότι  $f(0) \cdot f(3) - f'(2) = 0$ .

**ΘΕΜΑ 4ο**

Σε μια άδεια δεξαμενή σχήματος κύβου ακμής  $2 \text{ m}$  προσθέτουμε πετρέλαιο. Αν το ύψος  $h$  (σε  $\text{m}$ ) της στάθμης του πετρελαίου, ως συνάρτηση του χρόνου  $t$  (σε  $\text{min}$ ), είναι  $h(t) = \frac{t^2}{18}$ ,

- α. να βρείτε το ύψος της στάθμης σε χρόνο  $t = 3 \text{ min}$ .
- β. να δείξετε ότι ο όγκος του πετρελαίου της δεξαμενής μετά από χρόνο  $t \text{ min}$  δίνεται από τον τύπο

$$V(t) = \frac{2t^2}{9} \text{ m}^3$$

- γ. να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής του όγκου του πετρελαίου τη χρονική στιγμή  $t = 5 \text{ min}$ .
- δ. να βρείτε σε πόσο χρόνο θα γεμίσει η δεξαμενή.