

ΘΕΜΑ Α

Οι ηλικίες έξι παιδιών από μια γειτονιά είναι:

$$2, 6, 6+x, 11, 11, 12+x$$

όπου $x \in \mathbb{R}$.

A1. Αν η μέση τιμή των ηλικιών των παιδιών είναι 9, να αποδείξετε ότι $x=3$.

Για $x=3$,

A2. να βρείτε τη διάμεσο των ηλικιών,

A3. να υπολογίσετε το εύρος των ηλικιών και την επικρατούσα τιμή τους,

A4. να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση των ηλικιών και

A5. να εξετάσετε αν το δείγμα των ηλικιών είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο: $f(x) = \begin{cases} \ln x + 3x - \lambda & , 0 < x < 1 \\ \mu^2 + 1 & , x = 1 \\ \frac{x - x^2}{1 - \sqrt{x}} & , x > 1 \end{cases}$, όπου $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$.

B1. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.

B2. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.

B3. Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε να υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

B4. Για $\lambda=1$ να βρεθεί για ποιες τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ η f είναι συνεχής στο $x_0=1$.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = e^x(x^2 - 3)$, $x \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να βρεθεί η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης f .

Γ2. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Γ3. Για ποιες τιμές του x η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικά ακρότατα;

Να προσδιορίσετε το είδος τους και να υπολογίσετε τις τιμές τους.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση f με $f'(x) = x^2 - 3x + \lambda$, όπου $x \in \mathbb{R}$ και $\lambda \in \mathbb{R}$.

Δ1. Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x_0 = 1$, να προσδιοριστεί ο πραγματικός αριθμός λ .

Για $\lambda = 2$,

Δ2. να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και το είδος των ακροτάτων.

Δ3. να συγκριθούν μεταξύ τους οι τιμές της συνάρτησης για $x_1 = \frac{6}{5}$ και $x_2 = \frac{3}{2}$, καθώς επίσης και οι τιμές της συνάρτησης για $x_3 = 4$ και $x_4 = 6$.