

ΘΕΜΑ Α

Οι βαθμοί έξι φοιτητών σε ένα μάθημα είναι: 5, 3, 7, 2, 5, 8 .

Για τα δεδομένα αυτά να υπολογίσετε:

- A1. Το εύρος
- A2. Τη μέση τιμή
- A3. Τη διάμεσο
- A4. Την επικρατούσα τιμή
- A5. Τη διακύμανση s^2

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{x^2 - 4}{2 - x}$ με $x \neq 2$ και $g(x) = 6 - \sqrt{x + 2}$ με $x \geq -2$.

Να υπολογίσετε:

- B1. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
- B2. $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$

Εάν $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -4$ και $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 4$, να αποδείξετε ότι:

- B3. $\lim_{x \rightarrow 2} (g(x) + 8x) = 20$ και
- B4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} g(x)$

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο: $f(x) = \begin{cases} 3x - 8 & , x \leq 4 \\ \frac{x - 4}{\sqrt{x - 2}} & , x > 4 \end{cases}$.

- Γ1. Να υπολογίσετε τις τιμές $f(0)$, $f(4)$ και $f(16)$.
- Γ2. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$.
- Γ3. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$.
- Γ4. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $x_1 = 4$.
- Γ5. Να αποδείξετε ότι ο ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης f στο $x_2 = 0$, ισούται με 3.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x + \alpha + \frac{1}{3}$, με $\alpha \in \mathbb{R}$.

- Δ1. Να βρείτε την πρώτη και τη δεύτερη παράγωγο της f .
- Δ2. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) + f''(x)}{x + 1}$.
- Δ3. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να προσδιορίσετε τις τιμές του x , για τις οποίες η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικά ακρότατα.
- Δ4. Εάν το τοπικό μέγιστο της f είναι τριπλάσιο από το τοπικό της ελάχιστο, να βρείτε τον αριθμό α .