

**ΘΕΜΑ Α**

- A1.** Τι ονομάζεται διάμεσος  $\delta$  ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων που έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά;
- A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α)** Αν μια συνάρτηση  $f$  δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της, τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$ .
- β)** Το εύρος ως παράμετρος διασποράς εξαρτάται μόνο από τις ακραίες τιμές της μεταβλητής.
- γ)** Έστω συνάρτηση  $f$  συνεχής στο  $[\alpha, \beta]$ . Τότε ισχύει η ακόλουθη ιδιότητα για το ορισμένο ολοκλήρωμα:

$$\int_{\alpha}^{\gamma} f(x) dx + \int_{\gamma}^{\beta} f(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx, \text{ με } \alpha < \gamma < \beta$$

**δ)** Ισχύει ότι:  $(x^{\alpha})' = \alpha x^{\alpha-1}$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}^*$ ,  $x > 0$

**ε)** Έστω δύο συνεχείς συναρτήσεις  $f, g: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$  με συνεχείς παραγώγους  $f', g'$ . Τότε ισχύει ότι:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f'(x)g(x) dx = [f(x)g(x)]_{\alpha}^{\beta} - \int_{\alpha}^{\beta} f(x)g'(x) dx$$

- A3.** Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες:

**α)**  $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \dots\dots\dots$  με  $\beta > \alpha > 0$

**β)** Έστω συναρτήσεις  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  και  $g: B \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(A) \subseteq B$ .

Αν η  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε κάθε  $x \in A$  και η  $g$  παραγωγίσιμη σε κάθε  $f(x) \in B$ , τότε η σύνθεσή τους  $g \circ f: A \rightarrow \mathbb{R}$  είναι παραγωγίσιμη στο  $A$  και ισχύει ότι:  $(g \circ f)'(x) = \dots\dots\dots$

**γ)**  $\int_{\alpha}^{\beta} c dx = \dots\dots\dots$  με  $c$  σταθερά και  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

**ΘΕΜΑ Β**

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι ημερήσιες ώρες διαβάσματος 25 μαθητών μιας τάξης ενός ΕΠΑ.Λ.

Ημερήσιες ώρες διαβάσματος $x_i$	Μαθητές $v_i$	Αθροιστική Συχνότητα $N_i$	Σχετική Συχνότητα (%) $f_i \%$	$x_i \cdot v_i$
1	6			
2	5			
3	4			
4	$\kappa$			
5	$2\kappa + 1$			
<b>Σύνολα</b>	$v = 25$		100	

- B1.** Να υπολογίσετε τον αριθμό  $\kappa$ .
- B2.** Για  $\kappa = 3$  να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα.
- B3.** Για  $\kappa = 3$  να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  και να βρείτε τη διάμεσο  $\delta$  των παρατηρήσεων.
- B4.** Για  $\kappa = 3$  να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών που διαβάζουν τουλάχιστον 3 ώρες ημερησίως.

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2} & , x > 1 \\ \alpha x^2 + \beta x & , x \leq 1 \end{cases}$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

- Γ1.** Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ .
- Γ2.** Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ .
- Γ3.** Να υπολογίσετε τα  $\alpha$  και  $\beta$ , ώστε η  $f$  να είναι συνεχής στο  $x_0 = 1$  και η γραφική παράσταση της  $f$  να διέρχεται από το σημείο  $A(-1, 2)$ .

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:  $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$ .

- Δ1.** Να βρείτε την παράγουσα  $F$  της  $f$ , αν  $F(0) = 1$ .
- Δ2.** Αν  $F(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$  να μελετήσετε τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά ακρότατα της  $F$ .
- Δ3.** Να συγκρίνετε τις τιμές  $F(2011)$  και  $F(2012)$  και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
- Δ4.** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου  $\Omega$  που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ , τον άξονα  $x'x$  και τις ευθείες με εξισώσεις  $x = 0$  και  $x = 1$ .