

ΘΕΜΑ Α

A1. Δίνεται η συνάρτηση $f:A \rightarrow \mathbb{R}$ ($A \subseteq \mathbb{R}$) και $x_0 \in A$. Να δώσετε τον ορισμό της συνέχειας της συνάρτησης f στο x_0 .

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η μέση τιμή επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές και εξαρτάται από όλες τις τιμές της μεταβλητής.

β) Επικρατούσα τιμή μιας μεταβλητής ονομάζεται η τιμή με τη μικρότερη συχνότητα.

γ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell_1$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \ell_2$, με $\ell_1, \ell_2 \in \mathbb{R}$ και $\ell_2 \neq 0$, τότε: $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\ell_1}{\ell_2}$.

δ) Αν μία συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε απαραίτητα θα είναι και παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό.

ε) Έστω συνάρτηση f συνεχής στο $[a, \beta]$. Τότε ισχύει $\int_a^\beta f(x) dx = 0$.

A3. Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες:

α) $(e^x)' = \dots\dots\dots$

β) $(\ln x)' = \dots\dots\dots$, όπου $x > 0$

γ) $\int_a^\beta \sin x dx = \dots\dots\dots$

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο: $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - \alpha x + \beta & , x \leq 3 \\ \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} & , x > 3 \end{cases}$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

B1. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$.

B2. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$.

B3. Να βρείτε τα α, β ώστε $f(0) = 5$ και η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο $x_0 = 3$.

ΘΕΜΑ Γ

Σε ένα ορεινό χωριό μετρήθηκε η μεγαλύτερη ημερήσια θερμοκρασία για οκτώ (8) συνεχείς ημέρες. Οι τιμές των θερμοκρασιών που καταγράφηκαν είναι οι παρακάτω:

1, 9, 7, 5, 11, α , 1, -1

Γ1. Αν η μέση τιμή των παραπάνω τιμών των θερμοκρασιών είναι $\bar{x} = 5$, να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό α .

Γ2. Για $\alpha = 7$, να υπολογίσετε τη διάμεσο και το εύρος των παραπάνω τιμών των θερμοκρασιών.

- Γ3.** Για $\alpha = 7$, να υπολογίσετε τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση των παραπάνω τιμών των θερμοκρασιών.
- Γ4.** Για $\alpha = 7$, να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβλητότητας (CV) και να εξετάσετε αν το παραπάνω δείγμα θερμοκρασιών είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο: $f(x) = x^3 - 3x + \kappa$, $\kappa \in \mathbb{R}$.

- Δ1.** Να βρεθεί το κ , ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f να διέρχεται από το σημείο $A(-1, 5)$.
- Δ2.** Αν $\kappa = 3$, να μελετήσετε τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης f .
- Δ3.** Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{1-x}$.
- Δ4.** Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_1^3 f''(x) dx$.