

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Δίνεται μια συνάρτηση $f : [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$. Να δώσετε τον ορισμό της συνέχειας της f στο διάστημα $[\alpha, \beta]$.
- A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α)** Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$ και η F είναι μία παράγουσα της f , τότε ισχύει:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = F(\beta) - F(\alpha)$$

- β)** Το εύρος των τιμών μιας μεταβλητής δεν επηρεάζεται από τις ακραίες τιμές της.
- γ)** Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και $c \in \mathbb{R}$ μία σταθερά, τότε ισχύει:

$$(c \cdot f)'(x) = f'(x) + c$$

δ) $(x^{\alpha})' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$, $x > 0$, $\alpha \in \mathbb{R}^*$.

ε) Αν η f είναι συνεχής στο $[\alpha, \beta]$, τότε ισχύει: $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = -\int_{\beta}^{\alpha} f(x) dx$.

- A3.** Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες:

α) Αν οι συναρτήσεις f , g είναι παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} , τότε: $(f - g)'(x) = \dots$

β) $\int_{\alpha}^{\beta} \sin x dx = \dots$

γ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$, $\ell \in \mathbb{R}$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \dots$

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει: $x \cdot f(x) - 2 \cdot f(x) = x^2 - 4$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

B1. Να δείξετε ότι: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$, για κάθε $x \neq 2$.

B2. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$.

B3. Να βρείτε το $f(2)$.

ΘΕΜΑ Γ

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι ηλικίες των υπαλλήλων μιας εταιρείας:

A/A	Ηλικίες υπαλλήλων	Συχνότητα (αριθμός υπαλλήλων) v_i	Κέντρο κλάσης x_i	$x_i \cdot v_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$
1η κλάση	[25,35)	100			
2η κλάση	[35,45)	50			
3η κλάση	[45,55)	40			
4η κλάση	[55,65)	10			
ΣΥΝΟΛΑ		$v = 200$			

- Γ1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.
- Γ2. Να υπολογίσετε τη μέση ηλικία των υπαλλήλων.
- Γ3. Να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν ηλικία τουλάχιστον σαράντα πέντε (45) ετών.
- Γ4. Από την εταιρεία αποχωρούν πέντε (5) υπάλληλοι της 4ης κλάσης, πέντε (5) υπάλληλοι της 2ης κλάσης και ταυτόχρονα προσλαμβάνονται δέκα (10) υπάλληλοι με ηλικίες στην 1η κλάση. Να υπολογίσετε τη νέα μέση τιμή της ηλικίας των υπαλλήλων.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^x \cdot (x-1)$, $x \in \mathbb{R}$.

- Δ1. Να αποδείξετε ότι: $f'(x) = f(x) + e^x$.
- Δ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά της ακρότατα.
- Δ3. Αν $g(x) = f(x) + e^x$, $x \in \mathbb{R}$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης g , τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες με εξισώσεις $x = -1$ και $x = 1$.