

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Για μία συνεχή συνάρτηση f να γράψετε τις τρεις κατηγορίες σημείων, τα οποία είναι πιθανές θέσεις τοπικών ακροτάτων.
- A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α)** Η επικρατούσα τιμή μίας μεταβλητής είναι μοναδική.
- β)** Έστω συνεχής συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ και x_0 ένα στάσιμο σημείο της f (δηλαδή $f'(x_0) = 0$). Αν η f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο x_0 , τότε παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο x_0 όταν $f''(x_0) < 0$.
- γ)** Έστω συνάρτηση f συνεχής στο $[a, \beta]$. Τότε ισχύει: $\int_a^\beta f(x) dx = \alpha$, όπου $\alpha \in \mathbb{R}^*$.
- δ)** Αν οι συναρτήσεις $f, g : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους A , τότε και η $f \cdot g$ είναι παραγωγίσιμη στο A και ισχύει: $(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)$.
- ε)** Η σχετική συχνότητα τιμής x_i μίας μεταβλητής συμβολίζεται με f_i και ισχύει $f_i = \frac{v_i}{v}$.
- A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:
- α)** $\int_a^\beta \frac{1}{x} dx = \dots$, με $\beta > \alpha > 0$.
- β)** $(c)' = \dots$, αν c σταθερά.
- γ)** Αν η μεταβλητή x παίρνει τις τιμές x_1, x_2, \dots, x_k με αντίστοιχες συχνότητες v_1, v_2, \dots, v_k τότε η μέση τιμή της μεταβλητής είναι: $\bar{x} = \dots$.

ΘΕΜΑ Β

Οι χρόνοι (σε λεπτά) 50 μαθητών της Γ' τάξης ενός ΕΠΑ.Λ για να γράψουν ένα διαγώνισμα, δίνονται στον παρακάτω πίνακα κατανομής:

Χρόνος σε λεπτά	Κέντρο κλάσης κ_i	Συχνότητα v_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	$\kappa_i \cdot v_i$
[5 - 15)		20		
[15 - 25)			34	
[25 - 35)		12		
[35 - 45)				
ΣΥΝΟΛΑ		$v = 50$		

- B1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον προηγούμενο πίνακα και να τον συμπληρώσετε σωστά.
- B2.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{x} του χρόνου, που χρειάστηκαν οι μαθητές για να γράψουν το διαγώνισμα.
- B3.** Να υπολογίσετε τη διακύμανση s^2 και την τυπική απόκλιση s της μεταβλητής.
- B4.** Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας $CV\%$.

(Δίνεται: $\sqrt{96} \approx 10$)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο: $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda} & , x > 2 \\ 4x + 4e^{x-2} & , x \leq 2 \end{cases}$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}^*$.

- Γ1.** Να βρείτε το: $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$.
- Γ2.** Να βρείτε το: $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$.
- Γ3.** Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η συνάρτηση είναι συνεχής στο $x_0 = 2$.
- Γ4.** Για $\lambda = 1$ να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_1^2 f(x) dx$.

ΘΕΜΑ Δ

Μια ομάδα περιβαλλοντολόγων εκτιμά ότι το βάρος B (B σε τόνους) ενός παγόβουνου μεταβάλλεται με τον χρόνο t (t σε έτη) σύμφωνα με τη συνάρτηση:

$$B(t) = -\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15, \quad 0 \leq t \leq 10$$

- Δ1.** Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου.
- Δ2.** Ποια χρονική στιγμή το βάρος του παγόβουνου γίνεται μέγιστο;
- Δ3.** Να αποδείξετε ότι, αν $t \in [6, 9]$, τότε ισχύει: $B(9) \leq B(t) \leq B(6)$.
- Δ4.** Ποια χρονική στιγμή ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου γίνεται μέγιστος;