

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Έστω $A \subseteq \mathbb{R}$ και $x_0 \in A$. Πότε η συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι συνεχής στο x_0 .
- A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η επικρατούσα τιμή μιας μεταβλητής είναι μοναδική.

β) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \ell$.

γ) Αν οι συναρτήσεις $f, g: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι συνεχείς στο σημείο $x_0 \in A$, τότε η συνάρτηση $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

είναι συνεχής στο x_0 με $g(x_0) \neq 0$.

δ) $(\sin x)' = -\eta\mu x$.

ε) $\int_a^\beta \frac{1}{x} dx = \ln \beta - \ln a$, $\beta > a > 0$.

- A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τις ισότητες:

α) Αν f_1, f_2, \dots, f_k οι σχετικές συχνότητες k διαφορετικών τιμών μιας μεταβλητής, τότε:

$$f_1 + f_2 + \dots + f_k = \dots$$

β) Αν οι συναρτήσεις $f, g: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους A , τότε η συνάρτηση

$\frac{f}{g}$ ($g \neq 0$) είναι παραγωγίσιμη στο A και ισχύει: $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \dots$, με $g(x) \neq 0$.

γ) Έστω συνάρτηση f συνεχής στο $[a, \beta]$ τότε: $\int_a^\beta f(x) dx + \int_\beta^a f(x) dx = \dots$.

ΘΕΜΑ Β

Έστω η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο: $f(x) = \begin{cases} e^x + 1 & , \quad x < 0 \\ \frac{x^2 - 4}{x - 2} & , \quad 0 \leq x < 2 \\ \alpha - x & , \quad x \geq 2 \end{cases}$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

- B1.** Να εξετάσετε αν η f είναι συνεχής στο $x_0 = 0$.
- B2.** Για ποια τιμή της παραμέτρου α η f είναι συνεχής στο $x_0 = 2$.
- B3.** Αν $\alpha = 6$ να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα: $I = \int_2^3 f(x) dx$.

ΘΕΜΑ Γ

Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται πόσες ώρες συνδέονται στο διαδίκτυο οι μαθητές ενός Εσπερινού ΕΠΑΛ κατά τη διάρκεια μιας ημέρας:

Ωρες x_i	Μαθητές v_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Σχετική Συχνότητα f_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	$x_i \cdot v_i$
0	10				
1	15				
2	v_3				
3	5				
ΣΥΝΟΛΑ					

- Γ1. Να υπολογιστεί η συχνότητα v_3 , αν η διάμεσος των ωρών είναι $\delta = 1,5$.
- Γ2. Για $v_3 = 20$ να μεταφέρετε τον πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.
- Γ3. Για $v_3 = 20$ να βείτε τη μέση τιμή των ωρών σύνδεσης των μαθητών στο διαδίκτυο.
- Γ4. Για $v_3 = 20$ να παρουσιάσετε σε μορφή ραβδογράμματος τα δεδομένα (x_i, v_i) .

ΘΕΜΑ Δ

Το ύψος σε μέτρα ενός τηλεκατευθυνόμενου αεροπλάνου μετά από t sec πτήσης δίνεται από τη συνάρτηση;

$$h(t) = -3t^2 + 30t, \quad 0 \leq t \leq 10$$

- Δ1. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του ύψους του αεροπλάνου οποιαδήποτε χρονική στιγμή.
- Δ2. Να βρεθεί το χρονικό διάστημα της ανόδου του αεροπλάνου από τη στιγμή της απογείωσής του μέχρι το μέγιστο ύψος καθώς και το χρονικό διάστημα της καθόδου από το μέγιστο ύψος μέχρι την προσγείωσή του.
- Δ3. Σε ποια χρονική στιγμή το αεροπλάνο βρίσκεται στο μέγιστο ύψος;
- Δ4. Να βρεθεί το μέγιστο ύψος στο οποίο έφτασε το αεροπλάνο.