

**ΘΕΜΑ Α**

- A1.** Αν  $f$  παραγωγίσιμη συνάρτηση σ' ένα σύνολο  $A$ , να αποδείξετε ότι:  $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$ , όπου  $c \in \mathbb{R}$ ,  $x \in A$ .
- A2.** Πότε μια συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της.
- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Ένα δείγμα τιμών μιας μεταβλητής θα είναι ομοιογενές, εάν ο συντελεστής μεταβολής ξεπερνά το 10%.
- β.** Σε μία κανονική ή περίπου κανονική κατανομή στο διάστημα  $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$  βρίσκεται το 99,7% περίπου των παρατηρήσεων, όπου  $\bar{x}$  η μέση τιμή και  $s$  η τυπική απόκλιση.
- γ.** Αν  $f$  και  $g$  είναι παραγωγίσιμες συναρτήσεις, τότε για την παράγωγο της σύνθετης συνάρτησης  $f(g(x))$  ισχύει:  $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ .
- δ.** Η διάμεσος ( $\delta$ ) ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων επηρεάζεται από ακραίες παρατηρήσεις.
- ε.**  $(x^v)' = (v-1) \cdot x^v$ , όπου  $v$  φυσικός αριθμός.

**ΘΕΜΑ Β**

Επτά διαδοχικοί περιττοί αριθμοί έχουν διάμεσο 13.

- B1.** Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί αυτοί είναι οι: **7, 9, 11, 13, 15, 17, 19**.
- B2.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  των παραπάνω παρατηρήσεων.
- B3.** Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση  $s$  των παραπάνω αριθμών.
- B4.** Αν προσθέσουμε σε καθέναν από τους παραπάνω αριθμούς τον αριθμό 3, να βρεθεί ο συντελεστής μεταβολής CV των νέων αριθμών που θα προκύψουν.

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x - \frac{4}{3}$ .

- Γ1.** Να βρείτε τις  $f'(x)$  και  $f''(x)$ .
- Γ2.** Να βρείτε το:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) + f''(x) + 4}{\sqrt{x} - 1}$ .
- Γ3.** Να βρείτε σε ποιο σημείο της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$ , η εφαπτομένη της είναι παράλληλη στην ευθεία  $y = -4x + 16$ .
- Γ4.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο  $x_0 = 1$ .

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:  $f(x) = x^4 + ax + \beta$ ,  $a, \beta \in \mathbb{R}$ .

- Δ1.** Να υπολογίσετε τις τιμές των  $a$  και  $\beta$  αν  $f(0) = 2019$  και  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = 0$ .
- Δ2.** Για  $a = 4$  και  $\beta = 2019$ , να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το ακρότατό της.
- Δ3.** Να αποδείξετε ότι  $x^4 + 4x \geq -3$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .