

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο \mathbb{R} , να αποδείξετε ότι: $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$.
- A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μιας ποσοτικής μεταβλητής.
- β.** Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέγεται συνεχής, αν για κάθε $x_0 \in A$ ισχύει: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.
- γ.** Το εύρος (R) είναι μέτρο διασποράς.
- A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:
- α.** $(x^p)' = \dots$, όπου p ρητός αριθμός.
- β.** $(\sin x)' = \dots$.
- γ.** Αν x_1, x_2, \dots, x_n είναι οι τιμές μιας ποσοτικής μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους n και w_1, w_2, \dots, w_n είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας), τότε ο σταθμικός μέσος βρίσκεται από τον τύπο: $\bar{x} = \dots$.

ΘΕΜΑ Β

Οι βαθμοί ενός φοιτητή σε 10 μαθήματα είναι:

$$4, \kappa, 5, 6, 2\kappa + 1, 4, 6, \kappa + 2, 6, 4$$

όπου: $\kappa = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$.

- B1.** Να αποδείξετε ότι $\kappa = 3$.
- B2.** Για $\kappa = 3$, να υπολογίσετε τη μέση τιμή (\bar{x}) των βαθμών του φοιτητή.
- B3.** Για $\kappa = 3$, να υπολογίσετε τη διακύμανση (s^2).
- B4.** Για $\kappa = 3$, να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV.
- Δίνεται ότι $\sqrt{1,4} \cong 1,18$.

ΘΕΜΑ Γ

Οι ηλικίες των εργαζομένων σε μια επιχείρηση ακολουθούν περίπου την κανονική κατανομή.

Εάν το 50% των εργαζομένων έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 40 ετών και το 16% των εργαζομένων έχουν ηλικία μικρότερη των 35 ετών, να αποδείξετε ότι

- Γ1.** Η μέση τιμή των ηλικιών των εργαζομένων είναι $\bar{x} = 40$.
- Γ2.** Η τυπική απόκλιση είναι $s = 5$.

Εάν οι εργαζόμενοι της επιχείρησης είναι 400, να βρείτε:

Γ3. Πόσοι εργαζόμενοι έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 45 ετών.

Γ4. Πόσοι εργαζόμενοι έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 30 ετών και μικρότερη των 45 ετών.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο: $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1$.

Δ1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Δ2. Να βρείτε τις θέσεις, το είδος και τις τιμές των τοπικών ακροτάτων της συνάρτησης f .

Δ3. Να βρείτε το σημείο της γραφικής παράστασης της f στο οποίο η εφαπτομένη είναι παράλληλη στην ευθεία $y = x + 2017$.

Δ4. Εάν τα σημεία $M_1(x_1, y_1), M_2(x_2, y_2), M_3(x_3, y_3), M_4(x_4, y_4), M_5(x_5, y_5)$ ανήκουν στη γραφική παράσταση της $y = f''(x)$ και η τυπική απόκλιση των τετμημένων x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 των $M_1(x_1, y_1), M_2(x_2, y_2), M_3(x_3, y_3), M_4(x_4, y_4), M_5(x_5, y_5)$ είναι ίση με 3, να βρείτε την τυπική απόκλιση των τεταγμένων y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 των σημείων $M_1(x_1, y_1), M_2(x_2, y_2), M_3(x_3, y_3), M_4(x_4, y_4), M_5(x_5, y_5)$.