

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Έστω x_1, x_2, \dots, x_k οι τιμές μιας μεταβλητής X που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n , όπου k, n μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με $k \leq n$.
- α.** Τι ονομάζεται απόλυτη συχνότητα n_i που αντιστοιχεί στην τιμή $x_i, i=1, 2, \dots, k$;
- β.** Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα f_i της τιμής $x_i, i=1, 2, \dots, k$;
- γ.** Να αποδείξετε ότι $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$.
- A2.** Έστω f μία συνάρτηση με πεδίο ορισμού το A . Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;
- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή, το 68% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$, όπου \bar{x} η μέση τιμή και s η τυπική απόκλιση.
- β.** $(\sin x)' = \eta \mu x$.
- γ.** Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μόνο ποσοτικών δεδομένων.
- δ.** Η διακύμανση (s^2) είναι μέτρο διασποράς.
- ε.** Αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) < 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ , τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ .

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι αριθμοί: 14, 12, 18, $4\alpha - 1$, 16 με $\alpha \in \mathbb{R}$.

- B1.** Αν η διάμεσος των παραπάνω αριθμών είναι ίση με 15, να υπολογίσετε την τιμή του α .
- B2.** Για $\alpha = 4$ να υπολογίσετε τη διακύμανση (s^2) .
- B3.** Για $\alpha = 4$ να εξετάσετε αν το δείγμα των παραπάνω αριθμών είναι ομοιογενές.
- B4.** Για $\alpha = 4$ να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής των αριθμών που θα προκύψουν, αν ο καθένας από τους παραπάνω αριθμούς πολλαπλασιαστεί με το -2 και στη συνέχεια αυξηθεί κατά 5.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = 2x^3 - 3kx^2 + k, k \in \mathbb{R}$ και $x \in \mathbb{R}$.

- Γ1.** Εάν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $M(1, f(1))$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$, να υπολογίσετε τον αριθμό k .
- Γ2.** Για $k=1$ να βρείτε την τιμή του x για την οποία ο ρυθμός μεταβολής της γίνεται ελάχιστος.
- Γ3.** Για $k=1$ να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f' στο σημείο $(-1, f'(-1))$.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = \sqrt{x^2 + 4} + 2018$, $x \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να δείξετε ότι $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$.

Δ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και την τιμή του ακρότατου.

Δ3. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 4)f'(x) - 2x}{x^2}$.