

**ΘΕΜΑ Α**

- A1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης  $f(x) = x$  είναι  $f'(x) = (x)' = 1$  για κάθε  $x$  στο σύνολο  $\mathbb{R}$  των πραγματικών αριθμών.
- A2.** **α.** Ποιες μεταβλητές λέγονται ποσοτικές;  
**β.** Πότε μια ποσοτική μεταβλητή ονομάζεται διακριτή και πότε συνεχής;
- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Ισχύει  $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}$ ,  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ .
- β.** Ισχύει  $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ , όπου  $f, g$  παραγωγίσιμες συναρτήσεις.
- γ.** σταθμικός μέσος είναι μέτρο διασποράς.
- δ.** Σε κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, αν  $\alpha_i$  συμβολίζει το τόξο του κυκλικού τμήματος που αντιστοιχεί στη συχνότητα  $v_i$ , τότε  $\alpha_i = \frac{v_i}{n} \cdot 360^\circ$  για  $i = 1, 2, \dots, k$  και  $n$  το πλήθος του δείγματος.
- ε.** Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l_2$ , όπου  $l_1, l_2$  πραγματικοί αριθμοί, τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = l_1 \cdot l_2$ .

**ΘΕΜΑ Β**

Οι τιμές ενός δείγματος είναι 11, 7,  $\kappa$ , 13, 11, 10 όπου  $\kappa > 0$ . Ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος είναι  $CV = 20\%$  και η διακύμανσή του είναι  $s^2 = 4$ .

- B1.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  του παραπάνω δείγματος.
- B2.** Αν  $\bar{x} = 10$ , να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού  $\kappa$ .
- B3.** Αν  $\kappa = 8$ , να υπολογίσετε τη διάμεσο ( $\delta$ ) και το εύρος ( $R$ ) του παραπάνω δείγματος.
- B4.** Αν από κάθε τιμή του παραπάνω δείγματος αφαιρεθεί ο αριθμός 2, να εξετάσετε αν το δείγμα των νέων τιμών είναι ομοιογενές και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο:  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 10}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- Γ1.** Να δείξετε ότι  $f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 10}}$ .
- Γ2.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να δείξετε ότι  $f(x) \geq 3$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

- Γ3.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης  $\varepsilon$  της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $M(5, f(5))$ .
- Γ4.** Αν  $A, B$  είναι τα σημεία τομής της εφαπτομένης  $\varepsilon$  με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$  αντίστοιχα, να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων  $A$  και  $B$ .

#### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + \lambda x, \text{ όπου } \lambda \in \mathbb{R} \text{ σταθερά.}$$

- Δ1.** Για  $\lambda = 3$  να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να συγκρίνετε τους αριθμούς  $f\left(\frac{3}{8}\right)$  και  $f\left(\frac{5}{6}\right)$ .
- Δ2.** Για  $\lambda = 3$  να υπολογίσετε το όριο:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{(\sqrt{x} - 1) \cdot (x^2 - x)}$ .
- Δ3.** Για  $\lambda = 3$  να βρείτε το σημείο της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$ , στο οποίο η εφαπτομένη έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης.
- Δ4.** Να βρείτε τη μικρότερη τιμή του  $\lambda$  για την οποία η συνάρτηση  $f$  δεν παρουσιάζει ακρότατα.