

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Έστω x_1, x_2, \dots, x_k οι τιμές μίας μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους n , όπου k, n μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με $k \leq n$. Τι ονομάζεται (απόλυτη) συχνότητα n_i που αντιστοιχεί στην τιμή x_i , όπου $i = 1, 2, \dots, k$;
- A2.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης $f(x) = c$, όπου $x, c \in \mathbb{R}$ και c σταθερά, είναι ίση με το μηδέν, δηλαδή $f'(x) = (c)' = 0$.
- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Οι διακριτές μεταβλητές μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή ενός διαστήματος πραγματικών αριθμών (α, β) .
- β.** Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μίας ποιοτικής μεταβλητής.
- γ.** Μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) > f(x_2)$.
- A4.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:
- α.** $\left(\frac{1}{x}\right)' = \dots\dots\dots$, με $x \neq 0$.
- β.** $(x^v)'$ = , όπου v φυσικός αριθμός
- γ.** $(c \cdot f(x))'$ = , όπου $c \in \mathbb{R}$ και $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ συνάρτηση παραγωγίσιμη στο πεδίο ορισμού της.

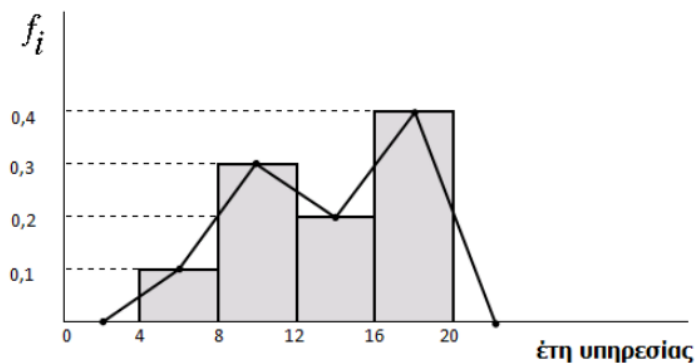
ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - ax + 2$, όπου $a \in \mathbb{R}$ σταθερά και $x \in \mathbb{R}$.

- B1.** Αν η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ σε σημείο με τετμημένη ίση με 1, να βρείτε την τιμή του a .
- B2.** Για $a = 3$, να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $g(x) = \frac{f(x)}{x^2 - 1}$.
- B3.** Για $a = 3$, να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$.
- B4.** Για $a = 3$, να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $M(0, f(0))$.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το παρακάτω ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων f_i που αφορούν τα έτη υπηρεσίας 50 εκπαιδευτικών.



- Γ1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα που ακολουθεί και να τον συμπληρώσετε με βάση το παραπάνω ιστόγραμμα,

Έτη υπηρεσίας [,)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i	α_i
[4,8)		5		36°
[8,12)				
[12,16)	14			
[16,20)		20		144°
Σύνολο		50		360°

όπου α_i το αντίστοιχο τόξο ενός κυκλικού τμήματος στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων.

- Γ2. Πόσοι εκπαιδευτικοί έχουν συμπληρώσει τουλάχιστον 8 έτη υπηρεσίας;
 Γ3. Να βρείτε το ποσοστό των εκπαιδευτικών που έχουν συμπληρώσει υπηρεσία λιγότερη από 16 έτη.
 Γ4. Πόσο είναι το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα;

ΘΕΜΑ Δ

Ένα οικοπέδο σχήματος ορθογωνίου έχει μήκος x μέτρα (m), πλάτος y μέτρα (m) και περίμετρο 80 m.

- Δ1. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του οικοπέδου ως συνάρτηση του x , δίνεται από τον τύπο $E(x) = -x^2 + 40x$ και να βρείτε τον πεδίο ορισμού της συνάρτησης $E(x)$.
 Δ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση $E(x)$ ως προς τη μονοτονία της.
 Δ3. Για ποια τιμή του x το εμβαδόν του οικοπέδου γίνεται μέγιστο και ποια είναι η μέγιστη τιμή του;
 Δ4. Δύο οικοπέδα Α και Β σχήματος ορθογωνίου με περίμετρο 80 m το καθένα έχουν μήκη $x_A = 29,5$ m και $x_B = 34,2$ m αντίστοιχα. Να απαντήσετε αιτιολογημένα ποιο από τα δύο οικοπέδα έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν.