

**ΘΕΜΑ Α**

- A1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης  $f(x) = x$  είναι  $f'(x) = 1$ , για κάθε  $x$  στο σύνολο  $\mathbb{R}$  των πραγματικών αριθμών.
- A2.** Έστω  $x_1, x_2, \dots, x_k$  οι τιμές μίας μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$ , όπου  $k, n$  φυσικοί αριθμοί με  $k \leq n$ .
- α.** Πώς ορίζεται η σχετική συχνότητα  $f_i$  της τιμής  $x_i$  για  $i = 1, 2, \dots, k$ ;
- β.** Να αιτιολογήσετε για ισχύει  $0 \leq f_i \leq 1$  για  $i = 1, 2, \dots, k$ ;
- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Ισχύει ότι  $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g'(x)$ .
- β.** Η παράγωγος της  $f$  στο  $x_0$  εκφράζει το ρυθμό μεταβολής του  $y = f(x)$  ως προς το  $x$  όταν  $x = x_0$ .
- γ.** Ισχύει ότι  $(\sin x)' = \eta\mu x$ .
- δ.** Οι ποιοτικές ή κατηγορικές μεταβλητές διακρίνονται σε διακριτές και συνεχείς.
- ε.** Πλάτος μίας κλάσης ονομάζεται η διαφορά του κατώτερου από το ανώτερο όριο της κλάσης.

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2x^2 - ax + 6$  με  $a, x \in \mathbb{R}$  για την οποία ισχύει  $f'(4) = 12$ .

- B1.** Να βρείτε την  $f'(x)$  και να υπολογίσετε την τιμή του  $a$ .
- B2.** Για  $a = 4$  να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία της και να βρείτε τα ακρότατά της.
- B3.** Για  $a = 4$  να δείξετε ότι  $f(x) \geq 4$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .
- B4.** Για  $a = 4$  να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $A(-1, f(-1))$ .

**ΘΕΜΑ Γ**

Οι χρόνοι (σε λεπτά) που χρειάστηκαν 50 μαθητές/μαθήτριες ενός ΕΠΑ.Λ, για να μεταβούν από το σπίτι στο σχολείο τους, έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους  $c$ , όπου

$$\frac{2}{c} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Χρόνος σε λεπτά	Συχνότητα $v_i$	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική Συχνότητα $N_i$
[14,...)	15	30	15
[...,...)	20	40	...
[...,...)	...	...	...
[...,...)	5	...	50
Σύνολο	50	100	

- Γ1.** Να υπολογίσετε την τιμή του πλάτους  $c$ .
- Γ2.** Για  $c = 8$  να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να τον συμπληρώσετε.
- Γ3.** Για  $c = 8$  να βρείτε το ποσοστό των μαθητών/μαθητριών που χρειάστηκαν τουλάχιστον μισή ώρα για να μεταβούν στο σχολείο.

#### ΘΕΜΑ Δ

Έστω  $f$  παραγωγίσιμη συνάρτηση για την οποία ισχύει:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = x(3x-2) - 8$$

για κάθε  $x \in [0, +\infty)$ .

- Δ1.** Να αποδείξετε ότι  $f'(x) = 3x^2 - 2x - 8$ .
- Δ2.** Ένα σώμα κινείται σε έναν άξονα και η θέση του  $x$  τη χρονική στιγμή  $t$  δίνεται από τη σχέση  $x(t) = f(t)$ , όπου το  $x$  μετριέται σε μέτρα και το  $t$  μετριέται σε δευτερόλεπτα.
- α.** Η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή  $t = 4$  δευτερόλεπτα.
- β.** Η χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα είναι ακίνητο.
- γ.** Η επιτάχυνση του σώματος τη χρονική στιγμή  $t = 10$  δευτερόλεπτα.