

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Να αποδείξετε ότι $f'(x) = 2x$.
- A2.** Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων.
- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Ο συντελεστής μεταβολής δεν είναι ανεξάρτητος από τις μονάδες μέτρησης.
- β.** Αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ , τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ .
- γ.** Ο σταθμικός μέσος είναι μέτρο διασποράς.
- A4.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ελλειπείς ισότητες και να τις συμπληρώσετε σωστά:
- α.** $(\sqrt{x})' = \dots$
- β.** $(f(g(x)))' = \dots$

ΘΕΜΑ Β

Κατά το μήνα Νοέμβριο οι απουσίες πέντε (5) μαθητών ήταν: 25, 10, 5, 20, 15 .

- B1.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{x} και το εύρος του παραπάνω δείγματος των πέντε μαθητών.
- B2.** Να υπολογίσετε τη διακύμανση s^2 .
- B3.** Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής CV του δείγματος και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές απαντώντας αιτιολογημένα.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 9x^2 + ax + 1$, όπου $x, a \in \mathbb{R}$.

- Γ1.** Αν ο ρυθμός μεταβολής της f για $x = 1$ είναι ίσος με 0, να δείξετε ότι $a = 15$.
- Γ2.** Για $a = 15$ να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $M(2, f(2))$.
- Γ3.** Για $a = 15$ να μελετήσετε τη συνάρτηση $f(x)$ ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.
- Γ4.** Για $a = 15$ να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1}$.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{x+1}$.

Δ1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης και να υπολογίσετε την παράγωγο $f'(x)$.

Δ2. Υποθέτουμε ότι ο χρόνος επιστροφής, σε λεπτά, από το σχολείο στο σπίτι για τους μαθητές μίας περιφέρειας ακολουθεί την κανονική κατανομή, με μέση τιμή και τυπική απόκλιση

$$\bar{x} = \frac{1}{f'(2)}, \quad s = \frac{1}{2f'(1)}$$

αντίστοιχα.

Να δείξετε ότι $\bar{x} = 9$ και $s = 2$.

Δ3. Αν το πλήθος των μαθητών της περιφέρειας είναι 2000, πόσοι από αυτούς έχουν χρόνο επιστροφής από 5 έως 11 λεπτά και πόσοι πάνω από 15 λεπτά;

Δ4. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση, στην περίπτωση που ο χρόνος επιστροφής των μαθητών της περιφέρειας αυξηθεί κατά 3 λεπτά.