

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Έστω t_1, t_2, \dots, t_n οι παρατηρήσεις μίας μεταβλητής X μεγέθους n που έχουν μέση τιμή \bar{x} . Αν αφαιρέσουμε τη μέση τιμή από κάθε παρατήρηση, να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος των διαφορών αυτών είναι μηδέν.
- A2. α.** Πώς ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας μίας μεταβλητής X με μέση τιμή \bar{x} , όπου $\bar{x} \neq 0$;
- β.** Πότε ένα δείγμα τιμών μίας μεταβλητής είναι ομοιογενές;
- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το σύνολο A λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x_1 \in A$, όταν $f(x) \leq f(x_1)$ για κάθε x σε μία περιοχή του x_1 .
- β.** Αν f και g παραγωγίσιμες συναρτήσεις, ισχύει $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{g(x)^2}$, $g(x) \neq 0$.
- γ.** Αν η καμπύλη συχνοτήτων είναι κανονική ή περίπου κανονική, με μέση τιμή \bar{x} και τυπική απόκλιση s , τότε το 95% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$.
- δ.** Το εύρος ή κύμανση (R) είναι μέτρο διασποράς.
- ε.** Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με 1.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + ax^2 - 6x + 3$, όπου x, a πραγματικοί αριθμοί.

- B1.** Αν ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο σημείο της $M(2, f(2))$ είναι ίσος με 14, να αποδείξετε ότι $a = 2$.
- B2.** Για $a = 2$ να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f''(x) + 14}{x^2 - 9}$.
- B3.** Για $a = 2$ να μελετήσετε τη συνάρτηση $g(x) = f'(x) - 16x$, με x πραγματικός αριθμός, ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα ακρότατα.

ΘΕΜΑ Γ

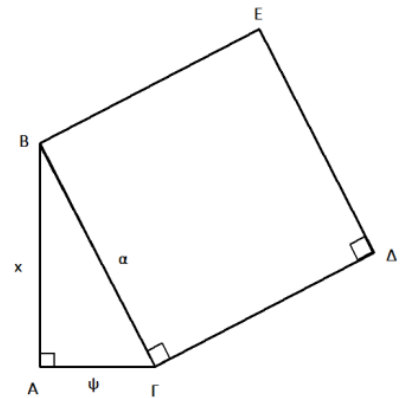
Οι χρόνοι (σε λεπτά), που χρειάστηκαν 200 μαθητές για να λύσουν ένα πρόβλημα, ομαδοποιήθηκαν σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις [,)	Συχνότητα v_i	Σχετική Συχνότητα f_i	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα $F_i\%$
20 – 24	...	0,10	...
24 – 28	...	0,20	...
28 – 32	...	0,30	...
32 – 36	...	0,35	...
36 – 40
Σύνολο	200	...	

- Γ1. Να μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τα κενά.
 Γ2. Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων επί τοις %.
 Γ3. Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών οι οποίοι χρειάστηκαν μέχρι και 26 λεπτά για να λύσουν το πρόβλημα.
 Γ4. Να υπολογίσετε τον μέσο χρόνο που χρειάζεται ένας μαθητής για να λύσει το πρόβλημα.

ΘΕΜΑ Δ

Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), με κάθετες πλευρές $AB = x$, $A\Gamma = \psi$ και υποτείνουσα $B\Gamma = a$, κατασκευάζουμε εξωτερικά τετράγωνο $BE\Delta\Gamma$, με πλευρά $B\Gamma = a$, όπως στο διπλανό σχήμα. Αν το άθροισμα των κάθετων πλευρών του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι 20 cm, τότε:



- Δ1. Να εκφράσετε την υποτείνουσα $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$ ως συνάρτηση του x .
 Δ2. Να εκφράσετε το εμβαδόν $E(x)$ του τετραγώνου $BE\Delta\Gamma$ ως συνάρτηση του x και να βρεθεί το πεδίο ορισμού του εμβαδού $E(x)$.
 Δ3. Για ποιες τιμές του x το εμβαδόν $E(x)$ γίνεται ελάχιστο και ποια είναι η ελάχιστη τιμή του;
 Δ4. α. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν $T(x)$ του ορθογωνίου τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίσο με $T(x) = 10x - \frac{1}{2}x^2$.
 β. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές, όταν το εμβαδόν $T(x)$ του τριγώνου γίνεται μέγιστο.