

## ΘΕΜΑ Α

- A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $cf(x)$  όπου  $c$  πραγματικός αριθμός, ισούται με  $cf'(x)$ .
- A2. Πότε μια συνάρτηση λέγεται παραγωγίσιμη στο σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της;
- A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α. Η σχετική συχνότητα  $f_i$  της τιμής  $x_i$  με  $i=1, 2, \dots, k$  μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές.
- β. Αν  $f, g$  παραγωγίσιμες συναρτήσεις σε ένα διάστημα  $\Delta$ , τότε ισχύει:  $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$ .
- γ. Αν η καμπύλη συχνοτήτων είναι κανονική ή περίπου κανονική, με μέση τιμή  $\bar{x}$  και τυπική απόκλιση  $s$ , τότε το 68% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα  $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$ .
- δ.  $(\sqrt{x})' = \frac{2}{\sqrt{x}}, x > 0$ .
- ε. Η διάμεσος ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων είναι μέτρο θέσης.

## ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 12x + 10$ , όπου  $x \in \mathbb{R}$  και  $a \in \mathbb{R}$ .

- B1. Να βρείτε την παράγωγο  $f'(x)$ .
- B2. Αν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  στο  $x_0 = 1$  είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$ , να υπολογίσετε το  $a$ .
- B3. Για  $a = 3$ , να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και την τιμή των ακροτάτων.
- B4. Για  $a = 3$ , να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1}$ .

## ΘΕΜΑ Γ

Ρωτήθηκαν οι μαθητές / τριες της Γ' τάξης ενός ΕΠΑΛ πόσες ώρες διέθεσαν στα μέσα κοινωνικής δικτύωσης της προηγούμενη εβδομάδα. Οι απαντήσεις τους ομαδοποιήθηκαν όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις [ , )	Κεντρική τιμή $x_i$	Συχνότητα $v_i$	$x_i v_i$
[8,12)	10	20	200
[12,16)	14	15	210
[16,20)		$v_3$	
[20,24)		5	
	Σύνολο		

Δίνεται ότι ο μέσος χρόνος είναι  $\bar{x} = 14$ .

- Γ1. Να δείξετε ότι  $v_3 = 10$ .
- Γ2. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον προηγούμενο πίνακα και να συμπληρώσετε τα κενά.
- Γ3. Να υπολογίσετε τη διακύμανση  $s^2$ .
- Γ4. Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV. Είναι το δείγμα ομοιογενές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

#### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = -\frac{1}{x^2}$ , με  $x \neq 0$ .

- Δ1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία στο πεδίο ορισμού της.
- Δ2. Να δείξετε ότι για κάθε  $x \in [-4, -1]$  ισχύει:  $-1 \leq f(x) \leq -\frac{1}{16}$ .
- Δ3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ( $\epsilon$ ) της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $M(1, f(1))$ .
- Δ4. Αν  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), \Gamma(x_3, y_3)$  είναι σημεία της εφαπτομένης ( $\epsilon$ ) τέτοια ώστε οι τετμημένες τους  $x_1, x_2, x_3$  να έχουν μέση τιμή  $\bar{x} = 4$  και τυπική απόκλιση  $s_x = 2$ , να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV των τεταγμένων  $y_1, y_2, y_3$ .