

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω x_1, x_2, \dots, x_k οι τιμές μιας μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους n , όπου k, n μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με $k \leq n$. Για τη σχετική συχνότητα f_i της τιμής $x_i, i = 1, 2, \dots, k$ να αποδείξετε ότι:

$$f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$$

A2. Πότε μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$;

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η διακύμανση ενός δείγματος είναι μέτρο θέσης.

β. Αν η τετμημένη ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα είναι $x(t)$ τη χρονική στιγμή t , τότε η ταχύτητά του θα είναι $v(t) = x'(t)$.

γ. $(x^p)' = px^{p-1}$, όπου

A4. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ελλειπείς ισότητες και να τις συμπληρώσετε σωστά:

α. $\left(\frac{1}{x^2}\right)' = \dots$

β. $(f(x) \cdot g(x))' = \dots$

γ. $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^v = \dots$, όπου $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1, l_1$ πραγματικός αριθμός, v ακέραιος.

ΘΕΜΑ Β

Ο χρόνος αναμονής (σε λεπτά) ενός δείγματος επιβατών σε μία στάση λεωφορείου, κατά τη διάρκεια μίας ημέρας, ακολουθεί περίπου κανονική κατανομή με μέση τιμή $\bar{x} = 5$ και τυπική απόκλιση $s = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{2(\sqrt{x}-1)}$.

B1. Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση s .

Αν $s = 1$:

B2. Να βρείτε το ποσοστό του δείγματος με χρόνο αναμονής από 3 ως 6 λεπτά.

B3. Να βρείτε τη διάμεσο δ , τον συντελεστή μεταβολής CV και να εκτιμήσετε το εύρος R .

B4. Αν ο χρόνος αναμονής 380 ατόμων είναι από 3 έως 7 λεπτά, να βρείτε το μέγεθος του δείγματος.

ΘΕΜΑ Γ

Τα έτη υπηρεσίας των 50 υπαλλήλων μίας εταιρείας ομαδοποιήθηκαν σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Έτη [,)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα $f_i\%$
[0,10)	5	7	14	...
[10,20)	15	$2\alpha + 4$
[20,30)	25	10
[30,40)	35	$3\alpha - 6$...	100
Σύνολο		50	100	

Γ1. Να υπολογίσετε το α .

Αν $\alpha = 7$:

Γ2. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα και να συμπληρώσετε τα κενά.

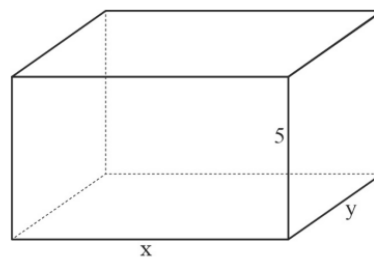
Γ3. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή

Γ4. α. Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων %.

β. Να εκτιμήσετε τη διάμεσο.

ΘΕΜΑ Δ

Μια δεξαμενή σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου με ύψος 5 μέτρα, έχει βάση ορθογώνιο μήκους x και πλάτους y (οι διαστάσεις x , y εκφράζονται σε μέτρα). Η περίμετρος της βάσης είναι 40 μέτρα.



Δ1. Να εκφράσετε το πλάτος y ως συνάρτηση του x .

Δ2. Να δείξετε ότι ο όγκος της δεξαμενής δίνεται από τη συνάρτηση με τύπο $V(x) = 100x - 5x^2$ και να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης του όγκου $V(x)$.

Δ3. α. Για ποια τιμή του x η δεξαμενή έχει τον μέγιστο όγκο;

β. Να υπολογίσετε τον μέγιστο όγκο.

Δ4. Δύο δεξαμενές Α και Β ίδιου σχήματος με την αρχική, έχουν μήκη $x_A = 11,81$ μέτρα και $x_B = 11,82$ μέτρα αντιστοίχως. Να απαντήσετε αιτιολογημένα ποια από τις δύο δεξαμενές έχει τον μεγαλύτερο όγκο.