

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν οι συναρτήσεις f , g είναι παραγωγίσιμες σε ένα σύνολο A , να αποδείξετε ότι:

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x).$$

A2. α) Έστω x_1, x_2, \dots, x_k οι τιμές μιας μεταβλητής X , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n , όπου k, n μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με $k \leq n$. Τι ονομάζεται συχνότητα v_i που αντιστοιχεί στην τιμή $x_i, i = 1, 2, \dots, k$;

β) Έστω x_1, x_2, \dots, x_n οι τιμές μιας ποσοτικής μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους n και w_1, w_2, \dots, w_n είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας). Να γράψετε τον τύπο του σταθμικού μέσου.

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η συνάρτηση $f(x) = |x|$ έχει παράγωγο στο $x_0 = 0$.

β. Το διάγραμμα συχνοτήτων χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

γ. Ισχύει $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\eta x$.

δ. Οι ποσοτικές μεταβλητές, των οποίων οι τιμές είναι αριθμοί, διακρίνονται σε διακριτές και συνεχείς.

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + \frac{1}{3}$, όπου $x \in \mathbb{R}$.

B1. Να βρείτε την παράγωγο $f'(x)$.

B2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και την τιμή των ακροτάτων.

B3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο με τετμημένη $x_0 = 0$.

B4. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$.

ΘΕΜΑ Γ

Το πρωί μιας ημέρας οι τιμές της θερμοκρασίας (σε $^{\circ}\text{C}$) σε μια πόλη της Ελλάδας ήταν: 22, 18, $20 + \kappa$, 14, 16 όπου κ πραγματικός αριθμός.

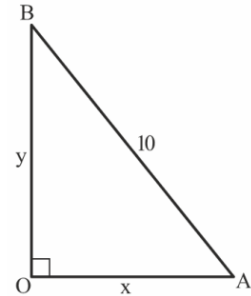
Ο συντελεστής μεταβολής των παραπάνω τιμών είναι $CV = 20\%$ και η τυπική απόκλιση είναι ίση με

$$s = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 6x - 7}{2x - 2}$$

- Γ1. Να δείξετε ότι $s = 4$.
- Γ2. Να δείξετε ότι η μέση τιμή των παραπάνω τιμών της θερμοκρασίας είναι $\bar{x} = 20$.
- Γ3. Να δείξετε ότι $\kappa = 10$ και να βρείτε τη διάμεσο δ .
- Γ4. Αν το μεσημέρι της ίδιας ημέρας οι παραπάνω τιμές αυξήθηκαν κατά 10%, να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής των νέων τιμών της θερμοκρασίας.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο AOB με $\hat{O} = 90^\circ$, κάθετες πλευρές μήκους $(OA) = x$, $(OB) = y$ και υποτείνουσα μήκους $(AB) = 10$.



- Δ1. Να δείξετε ότι η πλευρά y εκφράζεται ως συνάρτηση του x από τον τύπο $y = f(x) = \sqrt{100 - x^2}$ και να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
- Δ2. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της συνάρτησης $y = f(x)$ ως προς x , όταν $x = 8$.
- Δ3. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - 8}{x - 6}$.
- Δ4. Αν $x_1 = 2,3$, $x_2 = 3,5$ και $x_3 = 2,8$ είναι οι τιμές της πλευράς x , να αιτιολογήσετε ότι:

$$f(x_1) > f(x_3) > f(x_2)$$