ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης $f(x)=c$, όπου $x, c \in \mathbb{R}$ και c σταθερά, είναι ίση με το μηδέν, δηλαδή $f'(x)=(c)'=0$.

Α2. Πότε μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Α3. Έστω $x_1, x_2, ..., x_\kappa$ οι τιμές μίας μεταβλητής Χ ενός δείγματος μεγέθους ν, όπου κ, ν φυσικοί αριθμοί με $\kappa \le \nu$. Πώς ορίζεται η σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i, $i=1, 2, ..., \kappa$;

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό,** αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος,** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση τόσο των ποιοτικών όσο και των ποσοτικών δεδομένων, όταν οι διαφορετικές τιμές της μεταβλητής είναι σχετικά λίγες.

β. Η τυπική απόκλιση είναι μέτρο θέσης.

γ. Αν f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις σε ένα διάστημα Δ, τότε: $\left(f(x)\cdot g(x)\right)'=f'(x)\cdot g'(x)$.

δ. Αν η καμπύλη συχνοτήτων είναι κανονική ή περίπου κανονική, με μέση τιμή $\bar{x}$ και τυπική απόκλιση s, τότε το 95% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x}-2s\,,\,\bar{x}+2s)$.

ε. Ισχύει $\lim_{x\to x_0}\left(k\cdot f(x)\right)=k\cdot \ell_1$, όπου $\lim_{x\to x_0} f(x)=\ell_1$ και k πραγματική σταθερά.

ΘΕΜΑ Β

Ο παρακάτω πίνακας δίνει τον αριθμό των παιδιών ανά οικογένεια ενός δείγματος 20 οικογενειών.

Αριθμός παιδιών x_i	**Συχνότητα ν_i**	**Σχετική συχνότητα f_i%**	**Αθροιστική συχνότητα N_i**
0		25	
1			13
2	5		
3			
ΣΥΝΟΛΟ	20	100	

Β1. Αφού μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στο τετράδιό σας, να συμπληρώσετε τα κενά.

Β2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}$.

Β3. Να υπολογίσετε τη διάμεσο δ και το εύρος R.

Β4. **α)** Να βρείτε πόσες οικογένειες έχουν τουλάχιστον 2 παιδιά.

β) Να βρείτε το ποσοστό των οικογενειών που έχουν το πολύ ένα παιδί.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^3-x^2+\alpha x+\beta,\ x\in\mathbb{R}$, α, β πραγματικοί αριθμοί, για την οποία ισχύουν:

- $f'(2)=7$
- Η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(2,-3)$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $\alpha=-1$ και $\beta=-5$.

Για $\alpha=-1$ και $\beta=-5$:

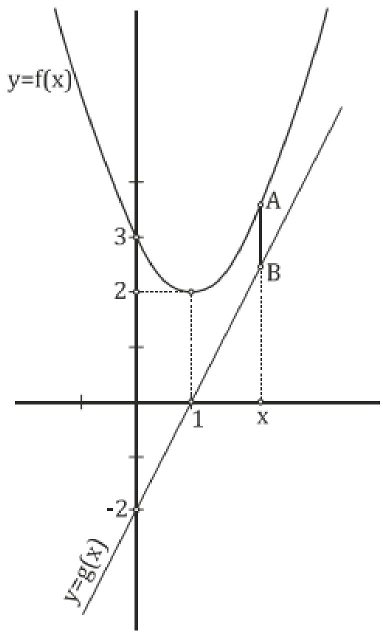
Γ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα ακρότατά της.

Γ3. Να βρείτε την τετμημένη x_0 του σημείου $K(x_0,f(x_0))$ της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f, στο οποίο η εφαπτομένη έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης.

Γ4. Αν $x_1\ x_2\in(1,+\infty)$ με $x_1<x_2$ να προσδιορίσετε το πρόσημο της διαφοράς $A=f(x_1)-f(x_2)$.

ΘΕΜΑ Δ

Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x)=(x-1)^2+2$ και $g(x)=2x-2$, με $x\in\mathbb{R}$.



Δ1. Να αποδείξετε ότι το μήκος του κατακόρυφου τμήματος AB ως συνάρτηση του x δίνεται από τον τύπο $d(x)=x^2-4x+5,\ x\in\mathbb{R}$.

Δ2. Να υπολογίσετε το όριο $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{d(x)-2}{\sqrt{g(x)}-2}$.

Δ3. Να βρείτε την ελάχιστη τιμή του x, για την οποία το μήκος $d(x)$ γίνεται ελάχιστο και να το υπολογίσετε.

Δ4. Να βρείτε το σημείο $M(x_0,f(x_0))$ της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f, στο οποίο η εφαπτομένη της είναι παράλληλη στην ευθεία $y=2x-2$ και στη συνέχεια να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης αυτής.