

Δίνεται η συνάρτηση  $f:(0,\pi] \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(x) = \frac{\pi - \eta\mu x}{x}$  .

- α) Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα και να βρείτε το σύνολο τιμών της .
- β) Να λύσετε στο  $(0,\pi]$  την εξίσωση  $x\eta\mu\left(\frac{x}{2}\right) + \eta\mu x = \pi$  .
- γ) Να μελετήσετε την  $f$  ως προς την κυρτότητα .
- δ) Να βρείτε την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  η οποία τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο σημείο με τετμημένη ίση με  $\pi$  .
- ε) Να δείξετε ότι για κάθε  $x \in [1, e]$  ισχύει  $\int_1^e f(x) dx \geq \pi - 1$  .