

Δίνεται η συνάρτηση $f:(0,+\infty)\rightarrow\mathbb{R}$ με $f(x)=x+1+2x\ln x$.

- α)** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ε) της γραφικής παράστασης της f , η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
- β)** Να βρείτε το σύνολο τιμών της f .
- γ)** Έστω, επιπλέον, η συνάρτηση $g:(1,+\infty)\rightarrow\mathbb{R}$ με $g(x)=\ln(x-1)-\frac{x\ln x+1}{x-1}$.
- i.** Να εξετάσετε τη g ως προς την κυρτότητα.
- ii.** Να βρείτε τις ασύμπτωτες της παραγώγου g' της g .
- δ)** Να ορίσετε τη συνάρτηση $f\circ h$ με $h(x)=e^x$ και στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση $(f\circ h)(x)=(f\circ h)(-x)$.
- ε)** Έστω $E(\lambda)$ το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f , την εφαπτομένη της (ε) και την ευθεία $x=\lambda$ με $0<\lambda<x_0$, όπου $(x_0, f(x_0))$ το σημείο επαφής της (ε) με τη γραφική παράσταση της f . Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{\lambda\rightarrow 0^+} E(\lambda)$.