

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \frac{x(2 + \eta\mu x)}{x - \sqrt{x^2 + 1}}$.

- α)**
- i.** Να δείξετε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $\frac{1}{x - \sqrt{x^2 + 1}} < -2x$.
 - ii.** Να δείξετε ότι για κάθε $x \geq 0$ ισχύει $f(x) \leq -2x^2$ και στη συνέχεια να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- β)** Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $t(x) = -3x(x + \sqrt{x^2 + 1})$.
- γ)**
- i.** Να ορίσετε τη συνάρτηση $h = f \circ g$ με $g(x) = \frac{1}{x}$.
 - ii.** Να υπολογίσετε τα όρια $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$.