Μαθηματικά Προσανατολισμού Γ΄ Λυκείου

Τράπεζα Θεμάτων του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής

schools.patakis.gr

1. **ΘΕΜΑ_4_36815**

Έστω f μια συνεχής συνάρτηση στο διάστημα $[-2,2]$, για την οποία ισχύει $f^2(x)+x^2=4$ για κάθε $x\in[-2,2]$.

α) Να βρείτε τις ρίζες της εξίσωσης $f(x)=0$.

β) Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(0,1)$, τότε να βρείτε τον τύπο της f.

γ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f.

δ) Ένα κινητό κινείται κατά μήκος της καμπύλης της f. Καθώς περνάει από το σημείο $B(-1,\sqrt{3})$, η τεταγμένη του y αυξάνεται με ρυθμό 2 μονάδες το δευτερόλεπτο. Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής της τετμημένης x του κινητού τη χρονική στιγμή που περνάει από το B.

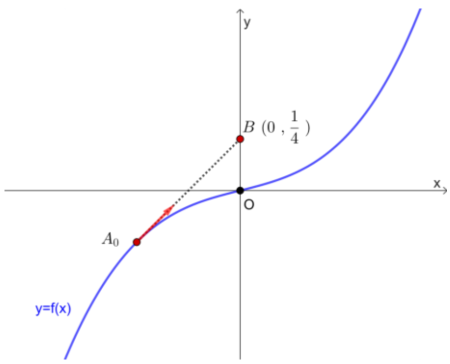
2. **ΘΕΜΑ_4_36787**

Δίνεται η συνάρτηση $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ με $f(x)=x^3+\frac{1}{4}x$.

α) Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(\alpha,f(\alpha))$ έχει εξίσωση

$$y=\left(3\alpha^2+\frac{1}{4}\right)x-2\alpha^3 .$$

β) Ένα αυτοκίνητο κινείται τη νύχτα, κατά μήκος ενός επίπεδου δρόμου. Θεωρήστε το αυτοκίνητο ως σημείο στο επίπεδο $0xy$ και τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f, ως τον δρόμο που αυτό κινείται, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή t_0, που το αυτοκίνητο βρίσκεται στο σημείο A_0, οι προβολείς του φωτίζουν μια πινακίδα που βρίσκεται στο σημείο $B\left(0,\frac{1}{4}\right)$.

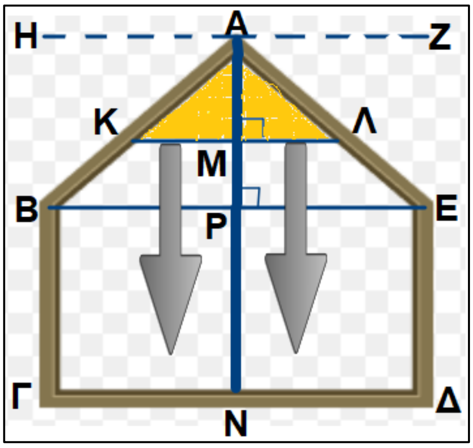


i. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου A_0.

ii. Αν ο ρυθμός μεταβολής της τετμημένης του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή t_0, είναι 2, να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής της τεταγμένης του αυτοκινήτου, τη χρονική στιγμή t_0.

3. **ΘΕΜΑ_4_25257**

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένα παράθυρο το οποίο αποτελείται από το ορθογώνιο ΒΓΔΕ και το ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΕ. Είναι $AP=0{,}8\,m$, $BE=1{,}6\,m$, $AM=x\ m$, $B\Gamma=1\,m$. Το ορατό κάτω μέρος ΚΛ μιας ηλεκτροκίνητης σίτας, κατεβαίνει παράλληλα προς την αρχική της θέση ΗΖ, με σταθερό ρυθμό, ώστε το Μ να διαγράφει το ευθύγραμμο τμήμα ΑΝ (με $AM\neq 0$).



Αν $E = E(x)$ είναι το εμβαδό του παραθύρου που καλύπτει η σίτα, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι για το εμβαδό E, ισχύει:

$$E(x) = \begin{cases} x^2 & , \text{ αν } x \in \left(0, \frac{4}{5}\right) \\ \frac{8}{5}x - \frac{16}{25}, & \text{αν } x \in \left[\frac{4}{5}, \frac{9}{5}\right] \end{cases}, \text{ σε } m^2.$$

β) Να αποδείξετε ότι ο ρυθμός μεταβολής του εμβαδού E ως προς x, όταν $x = \frac{4}{5}$ m, είναι ίσος με

$E'\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{8}{5}\ m^2/s$.

γ) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του εμβαδού E ως προς τον χρόνο t, τη χρονική στιγμή για την οποία ισχύει $x = \frac{4}{5}$ m, αν δίνεται επιπλέον ότι $x'(t) = 0{,}08$ m/s για κάθε $t \geq 0$.

schools.patakis.gr