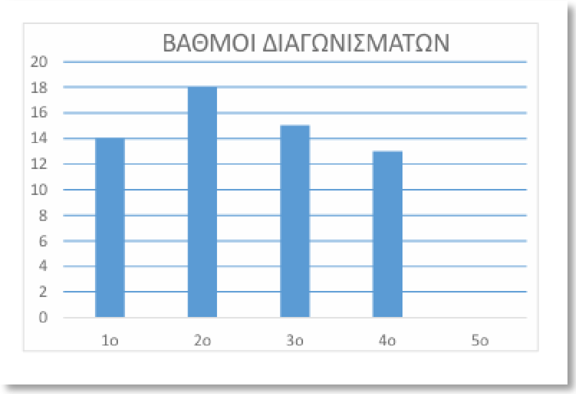
# Θέματα Εξετάσεων 2016
# Μαθηματικά





**<u>Στα θέματα 1 έως και 8 κυκλώστε μια μόνο απάντηση.</u>**

**1.** Στο παρακάτω ραβδόγραμμα παρουσιάζονται οι βαθμοί ενός μαθητή στα τέσσερα από τα πέντε διαγωνίσματα Μαθηματικών. Αν ο μέσος όρος των βαθμών του στα πέντε διαγωνίσματα είναι 16, πόσο έγραψε ο μαθητής στο 5ο διαγώνισμα;




**Α.** 16 **Β.** 17 **Γ.** 18 **Δ.** 19 **Ε.** 20

**<u>Απάντηση</u>**

Το ύψος κάθε μπλε ορθογωνίου στο ραβδόγραμμα δείχνει τον βαθμό του μαθητή στο αντίστοιχο διαγώνισμα. Αν x ο βαθμός του μαθητή στο 5ο διαγώνισμα, τότε ο μέσος όρος των βαθμών στα πέντε διαγωνίσματα είναι $\frac{14+18+15+13+x}{5}$ και επειδή είναι ίσος με 16, σχηματίζεται η εξίσωση:

$$\frac{14+18+15+13+x}{5}=16 \text{ ή } \frac{60+x}{5}=16 \text{ ή } 60+x=16\cdot 5 \text{ ή } 60+x=80 \text{ ή } x=80-60 \text{ ή } x=20$$

**2.** Ποιο από τα παρακάτω κλάσματα είναι το μεγαλύτερο;

**Α.** $\frac{2}{3}$ **Β.** $\frac{19}{20}$ **Γ.** $\frac{6}{7}$ **Δ.** $\frac{24}{25}$ **Ε.** $\frac{7}{8}$

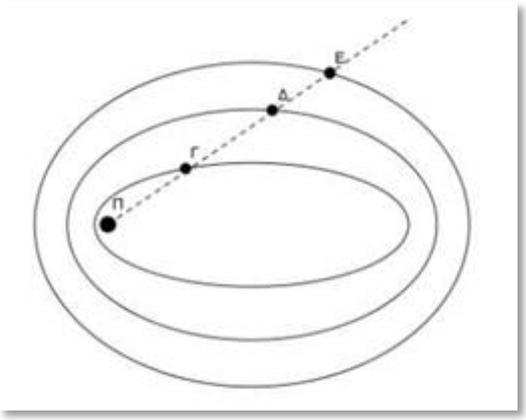
**<u>Απάντηση</u>**

Αρχικά μετατρέπουμε όλα τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς:

$$\frac{2}{3}=0{,}66\ldots,\quad \frac{19}{20}=\frac{19\cdot 5}{20\cdot 5}=\frac{95}{100}=0{,}95,\quad \frac{6}{7}=0{,}857\ldots,\quad \frac{24}{25}=\frac{24\cdot 4}{25\cdot 4}=\frac{96}{100}=0{,}96,\quad \frac{7}{8}=0{,}875$$

Παρατηρούμε ότι το κλάσμα $\frac{24}{25}$ είναι ίσο με τον μεγαλύτερο αριθμό, τον 0,96.

**3.** Ο πλανήτης Π έχει 3 δορυφόρους. Ο δορυφόρος Γ κάνει μια πλήρη περιστροφή γύρω από τον πλανήτη σε 3 ημέρες, ο Δ σε 4 ημέρες και ο Ε σε 5 ημέρες. Πριν από 2 ημέρες οι δορύφοροι βρέθηκαν στη θέση που φαίνεται στο παρακάτω σχέδιο. Μετά από πόσες ημέρες θα βρεθούν και πάλι στην ίδια θέση;



**Α.** 10 **Β.** 12 **Γ.** 25 **Δ.** 58 **Ε.** 60

**Απάντηση**

Οι πλανήτες θα βρεθούν ξανά στην ίδια θέση έπειτα από 60 ημέρες. Οι 60 ημέρες προκύπτουν από την εύρεση του ΕΚΠ(3,4,5) = 60. Επειδή όμως έχουν περάσει 2 ημέρες από τότε, οι πλανήτες θα βρεθούν ξανά στην ίδια θέση έπειτα από $60-2=58$ ημέρες.

**4.** Η Μαρία με τα χρήματα που είχε αγόρασε ένα παντελόνι και μια μπλούζα. Για το παντελόνι έδωσε τα $\frac{8}{20}$ των χρημάτων της και για την μπλούζα τα $\frac{4}{15}$ των χρημάτων της. Της έμειναν 40 €. Πόσα χρήματα είχε;

**Α.** 60 € **Β.** 100 € **Γ.** 120 € **Δ.** 140 € **Ε.** 160 €

**Απάντηση**

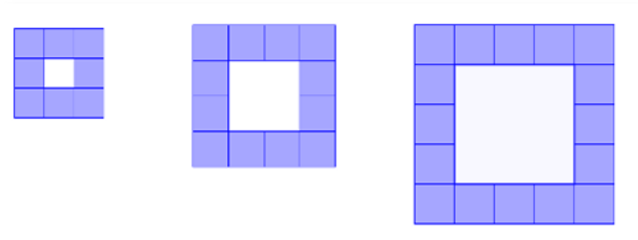
Τα 40 € που της έμειναν αποτελούν το $\frac{1}{3}$ των χρημάτων της, διότι

$$1-\frac{8}{20}-\frac{4}{15}=1-\frac{2}{5}-\frac{4}{15}=\frac{15}{15}-\frac{6}{15}-\frac{4}{15}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$$

Επομένως είχε $3\cdot 40=120$ €.

**5.** Γύρω από ένα τετράγωνο σιντριβάνι ο κυρ Αλέκος τοποθετεί τετράγωνα πλακάκια όπως στα παρακάτω σχήματα.

- Γύρω από τετράγωνο σιντριβάνι με πλευρά 1 μ. τοποθετεί 8 τετράγωνα πλακάκια πλευράς 1 μ.
- Γύρω από τετράγωνο σιντριβάνι με πλευρά 2 μ. τοποθετεί 12 τετράγωνα πλακάκια πλευράς 1 μ.
- Γύρω από τετράγωνο σιντριβάνι με πλευρά 3 μ. τοποθετεί 16 τετράγωνα πλακάκια πλευράς 1 μ.



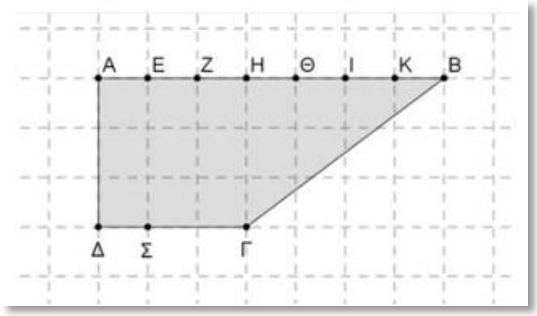
Πόσα τετράγωνα πλακάκια πλευράς 1 μ. θα τοποθετήσει γύρω από τετράγωνο σιντριβάνι με πλευρά 12 μ. ;

**Α.** 24 **Β.** 36 **Γ.** 40 **Δ.** 48 **Ε.** 52

**Απάντηση**

Για κάθε 1 μ. που αυξάνεται η πλευρά του τετράγωνου σιντριβανιού προσθέτουμε 4 τετράγωνα πλακάκια επιπλέον. Επομένως, γύρω από τετράγωνο σιντριβάνι με πλευρά 12 μ. θα τοποθετήσει $16+4\cdot(12-3)=16+4\cdot 9=16+36=52$ τετράγωνα πλακάκια, δηλαδή όσα έχει το σιντριβάνι με πλευρά 3 μ. αυξημένο κατά 9 φορές το 4.

**6.** Ποιο ευθύγραμμο τμήμα θα χωρίσει την επιφάνεια ΑΒΓΔ σε 2 μέρη με ίδιο εμβαδόν;

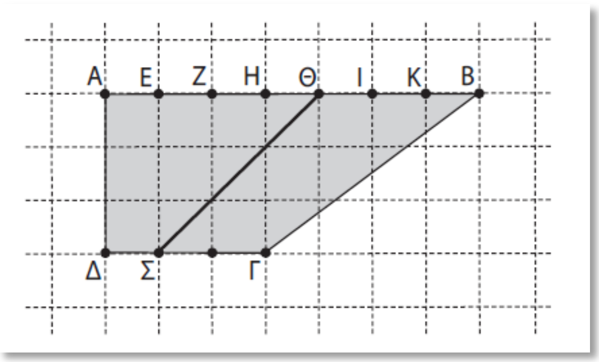



**Α.** ΣΖ **Β.** ΣΗ **Γ.** ΣΘ **Δ.** ΣΙ **Ε.** ΣΚ

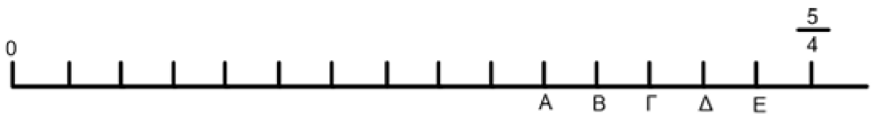
**Απάντηση**

Το ευθύγραμμο τμήμα ΣΘ θα χωρίσει το σχήμα σε δύο τραπέζια με τα παρακάτω εμβαδά:

$$E_{ΑΔΣΘ}=\frac{(4+1)\cdot 3}{2}=\frac{15}{2},\quad E_{ΣΘΒΓ}=\frac{(3+2)\cdot 3}{2}=\frac{15}{2}$$



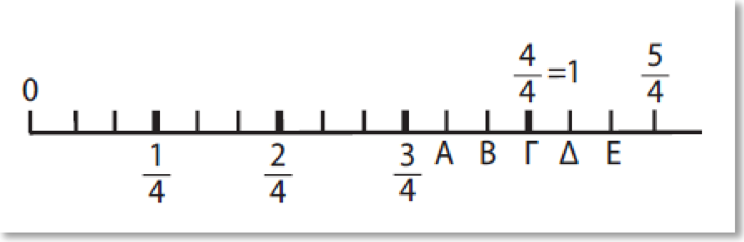

**7.** Στην αριθμογραμμή, ο αριθμός 1 αντιστοιχεί στο σημείο




**Α.** Α **Β.** Β **Γ.** Γ **Δ.** Δ **Ε.** Ε

**Απάντηση**

$\frac{5}{4}:15=\frac{5}{4}\cdot\frac{1}{15}=\frac{5}{60}=\frac{5:5}{60:5}=\frac{1}{12}$, άρα το κάθε διάστημα αντιστοιχεί σε $\frac{1}{12}$.




Επομένως, για να φτάσουμε στο 1 πρέπει να μετρήσουμε 12 διαστήματα.

**8.** Πόσα μηδενικά έχει το αποτέλεσμα της πράξης: $25\cdot25\cdot25\cdot25\cdot25\cdot25\cdot25\cdot4\cdot4\cdot4\cdot16\cdot16$ ;

**Α.** 6 **Β.** 7 **Γ.** 10 **Δ.** 12 **Ε.** 14

**Απάντηση**

Εκτελώντας την αντιμεταθετική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού, έχουμε:;

$25\cdot25\cdot25\cdot25\cdot25\cdot25\cdot25\cdot4\cdot4\cdot4\cdot16\cdot16=$

$25\cdot25\cdot25\cdot25\cdot25\cdot25\cdot25\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4=$

$(25\cdot4)\cdot(25\cdot4)\cdot(25\cdot4)\cdot(25\cdot4)\cdot(25\cdot4)\cdot(25\cdot4)\cdot(25\cdot4)=$

$100\cdot100\cdot100\cdot100\cdot100\cdot100\cdot100\cdot100\cdot100\cdot100=$

$1\underbrace{00.000.000.000.000}_{14}$ .

**Στα θέματα 9 και 10 να γράψετε τον τρόπο που σκεφτήκατε.**

**9.** Η εταιρεία ύδρευσης χρεώνει την κατανάλωση νερού ανά κυβικό μέτρο (κ.μ.) ως εξής:

| Κατανάλωση | Χρέωση ανά κ.μ. |
|---|---|
| Για τα πρώτα 5 κ.μ. | 0,35 € |
| Για τα επόμενα 15 κ.μ. | 0,64 € |
| Για τα επόμενα 7 κ.μ. | 1,83 € |
| Για τα επόμενα 8 κ.μ. | 2,56 € |
| Για τα υπόλοιπα κ.μ. | 3,20 € |

**α)** Πόσο θα πληρώσει ένας καταναλωτής για 25 κ.μ. ;

**β)** Πόσα κ.μ. κατανάλωσε αν πλήρωσε 26,72 € ;

**Απάντηση**

**α)** Ο καταναλωτής θα πληρώσει:

$$5\cdot0{,}35+15\cdot0{,}64+5\cdot1{,}83=1{,}75+9{,}60+9{,}15=20{,}50\ €$$

**β)** Με τα δεδομένα της άσκησης σχηματίζουμε την εξίσωση, την οποία και επιλύουμε:

$5\cdot 0{,}35+15\cdot 0{,}64+7\cdot 1{,}83+2{,}56\cdot x=26{,}72$ ή

$1{,}75+9{,}6+12{,}81+2{,}56\cdot x=26{,}72$ ή

$24{,}16+2{,}56\cdot x=26{,}72$ ή

$2{,}56\cdot x=26{,}72-24{,}16$

$2{,}56\cdot x=2{,}56$

$x=1$

Άρα, κατανάλωσε: $5+15+7+1=28$ κ.μ.

**10.** Ο Ορφέας και η Υπατία έχουν και οι δύο συνολικά 27 καραμέλες. Ο Ορφέας από τις δικές του καραμέλες έδωσε μερικές στην Υπατία. Η Υπατία τώρα έχει τις διπλάσιες από όσες είχε, ενώ ο Ορφέας έχει τώρα τρεις περισσότερες από την Υπατία.

**α)** Πόσες καραμέλες έχει τώρα το κάθε παιδί;

**β)** Πόσες καραμέλες είχαν αρχικά ο καθένας;

**Απάντηση**

**α)** Αν θεωρήσουμε ότι οι καραμέλες της Υπατίας είναι τώρα $x$, τότε ο Ορφέας έχει $x+3$ καραμέλες. Επομένως σχηματίζεται η εξίσωση:

$$x+(x+3)=27 \text{ ή } 2\cdot x+3=27 \text{ ή } 2\cdot x=27-3 \text{ ή } 2\cdot x=24 \text{ ή } x=24:2 \text{ ή } x=12$$

Άρα, η Υπατία έχει 12 καραμέλες και ο Ορφέας έχει $12+3=15$ καραμέλες.

**β)** Η Υπατία είχε αρχικά $12:2=6$ καραμέλες, ενώ ο Ορφέας είχε $27-6=21$ καραμέλες.